

Практическая работа № 1. Расчёт цепей постоянного тока

Пример 3.1. Катушка из медной проволоки имеет $N = 2000$ витков, средний диаметр витка $D = 127$ мм, диаметр проволоки $d = 2$ мм. Определить сопротивление провода катушки, если удельное сопротивление меди при $t = 20$ °С $\rho = 0,0175$ Ом · мм²/м.

Решение. Определим длину медной проволоки, умножив длину окружности среднего витка на число витков:

$$l = \pi DN = 3,14 \cdot 127 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 \approx 800 \text{ м.}$$

Сечение медного провода

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ мм}^2.$$

Определим сопротивление провода катушки:

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0,0175 \frac{800}{3,14} = 4,45 \text{ Ом.}$$

Пример 3.2. Электропечь мощностью 1000 Вт при напряжении 220 В присоединена к распределительному щитку алюминиевыми проводами сечением $S = 5$ мм² и длиной 50 м (в одну сторону). Определить ток, сопротивления электропечи и соединительных проводов, мощность потерь энергии и падение напряжения в проводах.

Решение. Ток в электропечи

$$I = \frac{P_n}{U} = \frac{1000}{220} = 4,54 \text{ А.}$$

Сопротивление электропечи

$$R_n = \frac{U}{I} = \frac{220}{4,54} = 48,4 \text{ Ом.}$$

Сопротивление соединительных проводов (линии) при удельном сопротивлении алюминия $\rho = 0,029 \cdot 10^{-6}$ Ом · м ($t = 20$ °С)

$$R_{\text{л}} = \rho \frac{l}{S} = 0,029 \cdot 10^{-6} \frac{50 \cdot 2}{5 \cdot 10^{-6}} = 0,58 \text{ Ом.}$$

Мощность потерь энергии в соединительных проводах (линии)

$$P_{\text{л}} = I^2 R_{\text{л}} = 4,54^2 \cdot 0,58 = 11,2 \text{ Вт.}$$

Падение напряжения в проводах

$$U_{\text{л}} = IR_{\text{л}} = 4,54 \cdot 0,58 = 2,63 \text{ В.}$$

Пример 3.3. Ток короткого замыкания источника энергии $I_k = 40$ А. При подключении к источнику резистора с сопротивлением $R = 30$ Ом ток в цепи уменьшился до 10 А. Определить внутреннее сопротивление источника.

Решение. При коротком замыкании по уравнению (3.10)

$$E = I_k R_{вт} = 40 \cdot R_{вт}.$$

В рабочем режиме по уравнению (3.8)

$$E = I(R + R_{вт}) = 10(30 + R_{вт}).$$

Следовательно,

$$40 \cdot R_{вт} = 10(30 + R_{вт});$$

$$40 \cdot R_{вт} - 10R_{вт} = 300;$$

$$R_{вт} = 10 \text{ Ом}.$$

Пример 1. Параллельное соединение применяется для электроснабжения, однако обычно потребители находятся на некотором расстоянии от источника, поэтому следует учитывать сопротивление проводов. В простейшем случае питания двух потребителей по одной линии учёт сопротивления проводов приводит к схеме **смешанного** соединения резисторов, приведенной на рисунке 15. **Дано:** $U = 11$ В; $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом.

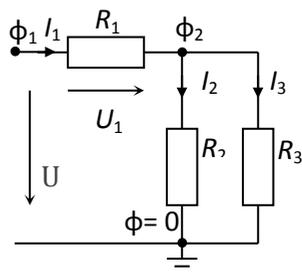


Рисунок 15 – Смешанное соединение резисторов

Найти токи во всех резисторах и проверить баланс мощностей.

1 Определим эквивалентное сопротивление:

$$R = R_1 + R_2 // R_3 = 1 + \frac{1}{1/2 + 1/3} = 1 + \frac{1}{5/6} = 2,2 \text{ Ом}.$$

2 Общий ток

$$I_1 = U/R = 11/2,2 = 5 \text{ А}.$$

3 Напряжение на первом резисторе

$$U_1 = R_1 I_1 = 1 \cdot 5 = 5 \text{ В}.$$

4 Потенциал точки 2

$$\phi_2 = \phi_1 - U_1 = U - R_1 I_1 = 11 - 5 = 6 \text{ В}.$$

5 Токи второго и третьего резисторов

$$I_2 = \phi_2/R_2 = 6/2 = 3 \text{ А}; \quad I_3 = \phi_2/R_3 = 6/3 = 2 \text{ А}.$$

6 Проверим баланс поступающей P_{Σ} и потребляемых ΣP_i мощностей:

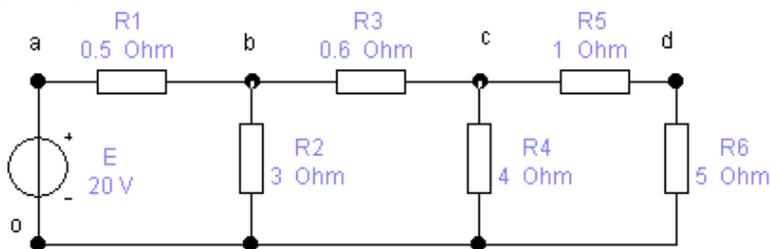
$$P_{\Sigma} = UI = 11 \cdot 5 = 55 \text{ Вт};$$

$$\Sigma P_i = \Sigma R_i I_i^2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2 = 25 + 18 + 12 = 55 \text{ Вт}.$$

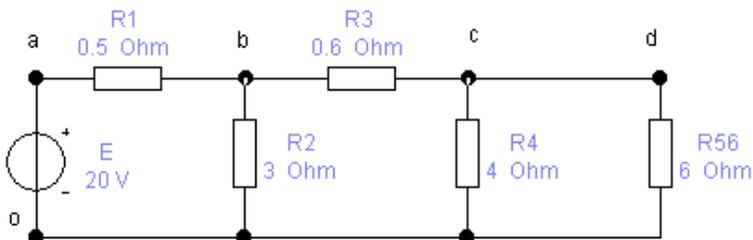
Рассчитать токи второго и третьего резисторов можно и с помощью формул разброса:

$$I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3}.$$

Пример 2. Рассчитать токи в цепи методом свёртывания.

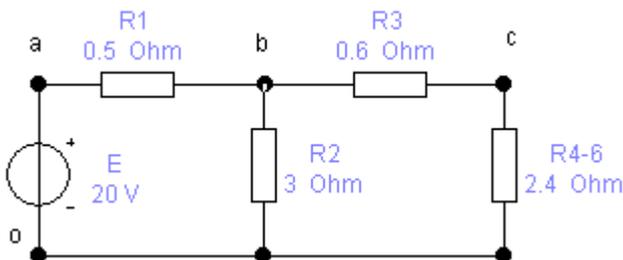


1 Сложим $R_5 + R_6 = 1 + 5 = 6 \text{ Ом} = R_{56}$. Получим схему

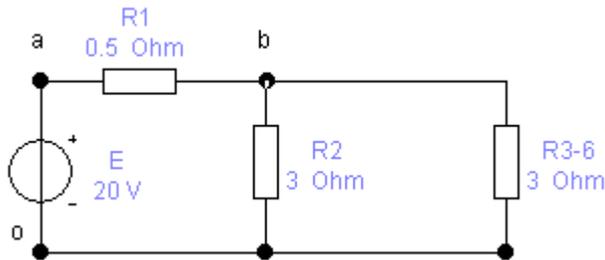


2 Определим эквивалентное сопротивление параллельно соединённых R_4 и R_{56} :

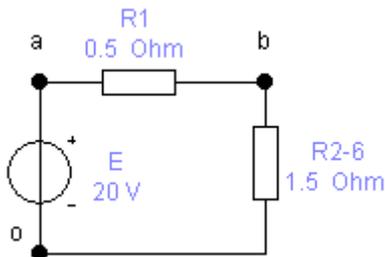
$$R_{4-6} = \frac{R_4 \cdot R_{56}}{R_4 + R_{56}} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \text{ Ом. Получим схему}$$



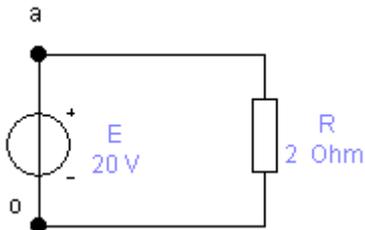
3 Сложим $R_3 + R_{4-6} = 0,6 + 2,4 = 3 \text{ Ом} = R_{3-6}$. Получим схему



4 Определим эквивалентное сопротивление параллельно соединённых R_2 и R_{3-6} : $R_{2-6} = \frac{R_2 \cdot R_{3-6}}{R_2 + R_{3-6}} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} = 1,5 \text{ Ом}$. Получим схему



5 Сложим $R_1 + R_{2-6} = 0,5 + 1,5 = 2 \text{ Ом} = R$



Определим ток источника и первого резистора: $I = I_1 = E / R = 20 / 2 = 10 \text{ А}$.

Определим напряжение в точке b : $U_b = I_1 \cdot R_{2-6} = 10 \cdot 1,5 = 15 \text{ В}$.

Определим ток второго резистора: $I_2 = U_b / R_2 = 15 / 3 = 5 \text{ А}$.

Определим ток третьего резистора: $I_3 = U_b / R_{3-6} = 15 / 3 = 5 \text{ А}$.

Определим напряжение в точке c : $U_c = I_3 \cdot R_{4-6} = 5 \cdot 2,4 = 12 \text{ В}$.

Определим ток четвёртого резистора: $I_4 = U_c / R_4 = 12 / 4 = 3 \text{ А}$.

Определим ток пятого и шестого резисторов: $I_5 = I_6 = U_c / R_{5-6} = 12 / 6 = 2 \text{ А}$.

6 Токи можно рассчитать и без определения напряжений используя

формулы разброса:
$$I_2 = I_1 \frac{R_{3-6}}{R_2 + R_{3-6}} = 10 \frac{1,5}{1,5 + 1,5} = 5 \text{ А.}$$

$$I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_{3-6}} = 10 \frac{1,5}{1,5 + 1,5} = 5 \text{ А.}$$

$$I_4 = I_3 \frac{R_{56}}{R_4 + R_{56}} = 5 \frac{6}{4 + 6} = 3 \text{ А.}$$

$$I_5 = I_6 = I_3 \frac{R_4}{R_4 + R_{56}} = 5 \frac{4}{4 + 6} = 2 \text{ А.}$$

Задачу можно решить без свёртывания цепи, используя принцип пропорциональности

Условно примем, что ток в шестом резисторе равен 1 А.

Обозначим его $I_6' = 1 \text{ А}$.

Тогда напряжение точки *c* будет: $U_c' = I_6' \cdot (R_5 + R_6) = 1 \cdot (1 + 5) = 6 \text{ В}$.

Ток четвёртого резистора будет: $I_4' = U_c' / R_4 = 6 / 4 = 1,5 \text{ А}$.

Ток третьего резистора будет: $I_3' = I_4' + I_6' = 1,5 + 1 = 2,5 \text{ А}$.

Тогда напряжение точки *b* будет: $U_b' = U_c' + I_3' \cdot R_3 = 6 + 2,5 \cdot 0,6 = 6 + 1,5 = 7,5 \text{ В}$.

Ток второго резистора будет: $I_2' = U_b' / R_2 = 7,5 / 3 = 2,5 \text{ А}$.

Ток первого резистора будет: $I_1' = I_2' + I_3' = 2,5 + 2,5 = 5 \text{ А}$.

ЭДС источника будет: $E' = U_b' + I_1' \cdot R_1 = 7,5 + 5 \cdot 0,5 = 7,5 + 2,5 = 10 \text{ В}$.

Мы получили условные значения токов, их надо пересчитать в реальные.

Для этого определим коэффициент пропорциональности – во сколько раз реальное значение ЭДС больше условного $k = E / E' = 20 / 10 = 2$. Реальные токи получаем, умножая условные на коэффициент пропорциональности *k*:

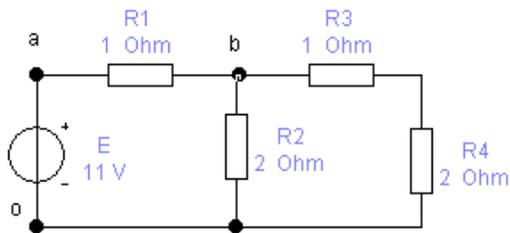
$$I_1 = k I_1' = 2 \cdot 5 = 10 \text{ А}; I_2 = k I_2' = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ А}; I_3 = k I_3' = 2 \cdot 2,5 = 5 \text{ А};$$

$$I_4 = k I_4' = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ А}; I_5 = I_6 = k I_6' = 2 \cdot 1 = 2 \text{ А}.$$

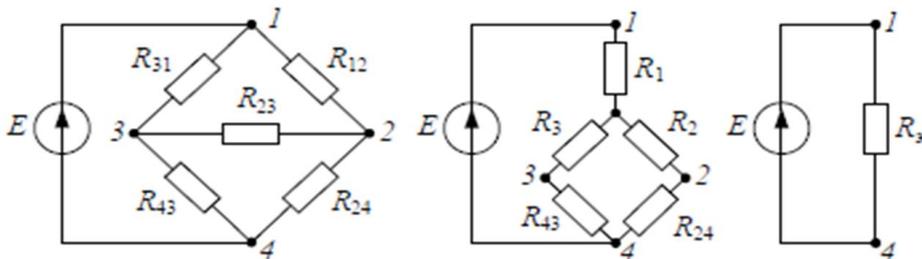
Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Рассчитать сопротивление медной жилы кабеля длиной 20 м и сечением $1,5 \text{ мм}^2$. $\rho_{\text{Cu}} = 17,2 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 17,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$; $s = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$.

Задача 2. Рассчитать токи в цепи методом свёртывания или с применением принципа пропорциональности. Проверить баланс мощностей.



Задача 3. Определить все токи в цепи методом преобразования треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду.



$E = 330 \text{ В}; R_{12} = 15 \text{ Ом}; R_{23} = 25 \text{ Ом}; R_{31} = 10 \text{ Ом}; R_{24} = 10 \text{ Ом}; R_{43} = 2,5 \text{ Ом}.$

Проверить баланс мощностей.

Задача 4. Определить ток источника методом свёртывания цепи, или используя принцип пропорциональности

Дано: $U=20 \text{ В}, R_1=2 \text{ Ом}, R_2=12 \text{ Ом}, R_3=3 \text{ Ом}, R_4=4 \text{ Ом}, R_5=2 \text{ Ом}, R_6=2 \text{ Ом}, R_7=4 \text{ Ом}.$

