

Практическая работа № 3. Метод узловых потенциалов и двух узлов

Рассмотрим применение метода двух узлов на примере рисунка 1.

Здесь изображён потребитель R , получающий питание централизованно от сети (источник E_1 с внутренним сопротивлением r_1) по линии сопротивлением R_1 , а также от аккумулятора E_2 с внутренним сопротивлением r_2 .

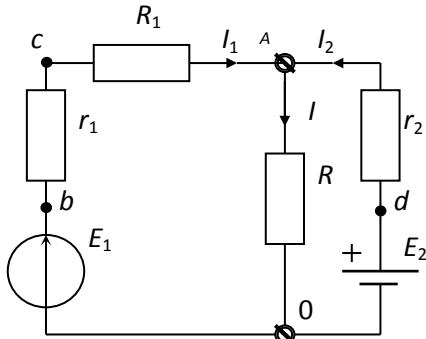


Рисунок 1 – Питание потребителя от двух источников

На основе первого закона Кирхгофа разработан метод узловых потенциалов, в котором один из узлов условно заземляют, а потенциалы остальных рассчитывают из системы уравнений.

В простейшем случае, для двух узлов достаточно одного уравнения.

Для пояснения метода двух узлов выразим потенциал точки A через токи всех ветвей и выведем формулы токов:

$$\varphi_A = E_1 - r_1 I_1 - R_1 I_1, \quad I_1 = \frac{E_1 - \varphi_A}{R_1 + r_1} = E_1 / (R_1 + r_1) - \varphi_A / (R_1 + r_1);$$

$$\varphi_A = RI, \quad I = \frac{\varphi_A}{R};$$

$$\varphi_A = E_2 - r_2 I_2, \quad I_2 = \frac{E_2 - \varphi_A}{r_2} = E_2 / r_2 - \varphi_A / r_2.$$

Сложив токи первого и второго источников, получим ток потребителя

$$E_1 / (R_1 + r_1) - \varphi_A / (R_1 + r_1) + E_2 / r_2 - \varphi_A / r_2 = \varphi_A / R,$$

откуда
$$\varphi_A = \frac{E_1 / (R_1 + r_1) + E_2 / r_2}{1 / (R_1 + r_1) + 1 / r_2 + 1 / R} \Rightarrow \varphi_A = \frac{\sum \pm E_i g_i}{\sum g_i}. \quad (31)$$

Знак \pm учитывает направление источника, а буквами g обозначены проводимости (величины, обратные сопротивлениям).

Узел A можно представить как фонтан, куда источники ЭДС (насосы) подают электричество и откуда оно затем растекается по всем ветвям.

В числителе формулы алгебраическая сумма произведений ЭДС источников, подключённых к узлу на проводимости их ветвей. В знаменателе – сумма проводимостей всех ветвей, подключенных к узлу.

Численный пример.

$$E_1 = 14 \text{ В}; E_2 = 12 \text{ В}; R = 5 \text{ Ом}; R_1 = 0,4 \text{ Ом}; r_1 = 0,1 \text{ Ом}; r_2 = 1 \text{ Ом}.$$

$$\varphi_A = \frac{14/(0,4+0,1)+12/1}{1/0,5+1+1/5} = 12,5 \text{ В};$$

$$I_1 = \frac{14-12,5}{0,4+0,1} = 3 \text{ А}; I_2 = \frac{12-12,5}{1} = -0,5 \text{ А}; I = \frac{12,5}{5} = 2,5.$$

Знак « - » при токе I_2 говорит о том, что питание потребителя происходит от сети, а аккумулятор при этом подзаряжается.

При расчёте схемы содержащей три узла один из узлов заземляется (его потенциал равен нулю) а потенциалы остальных рассчитываются решением системы из двух уравнений

$$\begin{aligned} \varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} &= I_{11}; \\ -\varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} &= I_{22}. \end{aligned}$$

При расчёте схемы содержащей четыре узла один из узлов заземляется (его потенциал равен нулю) а потенциалы остальных рассчитываются решением системы из трёх уравнений

$$\begin{aligned} \varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} - \varphi_3 g_{13} &= I_{11}; \\ -\varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} &= I_{22}; \\ -\varphi_1 g_{31} - \varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} &= I_{33}. \end{aligned}$$

Здесь φ_1, φ_2 и φ_3 – потенциалы узлов;

g_{11}, g_{22} и g_{33} – суммы проводимостей ветвей, подключенных к соответствующим узлам 1, 2 и 3;

$g_{12} = g_{21}; g_{13} = g_{31}; g_{23} = g_{32}$ – суммы проводимостей ветвей, подключенных между узлами 1 и 2; 1 и 3; 2 и 3;

$I_{11}; I_{22}$ и I_{33} – узловые токи узлов 1, 2 и 3 равные алгебраической сумме токов, полученных от умножения ЭДС ветвей, подходящих к соответствующему узлу, на проводимость данных ветвей.

Решать систему рекомендуется матричным методом ч/з определители.

После расчёта потенциалов токи в ветвях определяются по закону Ома.

Для проверки составляется баланс мощностей.