

7-8 Законы, применяемые для расчёта электрических цепей

Для расчета электрических цепей наряду с законом Ома применяются два закона Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа применяется к узлу электрической цепи и формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю*:

$$\sum I = 0. \quad (4.1)$$

Суммирование распространяется на токи I в ветвях, сходящихся в рассматриваемом узле. В уравнении (4.1) одинаковые знаки должны быть взяты для токов, имеющих одинаковые положительные направления относительно узловой точки. В уравнениях, составленных по первому закону Кирхгофа, принято записывать токи, направленные к узлу (подтекающие токи), с положительными знаками, а направленные от узла (утекающие токи) – с отрицательными. Например, для узла a схемы (см. рис. 3.8, δ) такое уравнение имеет следующий вид:

$$I - I_1 - I_2 = 0.$$

Если перенести токи I_1 и I_2 , направленные от узла, в правую часть уравнения, то получим

$$I = I_1 + I_2. \quad (4.2)$$

С учетом уравнения (4.2) первый закон Кирхгофа можно сформулировать иначе: *сумма токов, подтекающих к узлу, равна сумме токов, утекающих от узла*:

$$\sum I_{\text{п}} = \sum I_{\text{у}}.$$

Физический смысл первого закона Кирхгофа состоит в том, что в узле электрический заряд не накапливается и не расходуется, сумма электрических зарядов, приходящих к узлу, равна сумме зарядов, уходящих от узла за один и тот же промежуток времени.

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи и формулируется следующим образом: в любом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех элементах и участках электрической цепи, входящих в этот контур, равна нулю:

$$\Sigma U = 0.$$

Например, обойдем левый контур в схеме (см. рис. 3.8, б) по часовой стрелке и запишем напряжения, направленные по обходу контура со знаком «+», а направленные против обхода – со знаком «-»:

$$U_{\text{л}} + U_{\text{п}} - U_{\text{и}} = 0. \quad (4.3)$$

Учтем, что по закону Ома напряжение на сопротивлении линии

$$U_{\text{л}} = IR_{\text{л}}, \quad (4.4)$$

напряжение на приемнике

$$U_{\text{п}} = I_1 R_1, \quad (4.5)$$

а напряжение на источнике в соответствии с формулой (3.9)

$$U_{\text{и}} = E - IR_{\text{вт}}. \quad (4.6)$$

Подставим значения напряжений (4.4)–(4.6) в уравнение (4.3):

$$IR_{\text{л}} + I_1 R_1 - E + IR_{\text{вт}} = 0. \quad (4.7)$$

Перепишем выражение (4.7) в следующем виде:

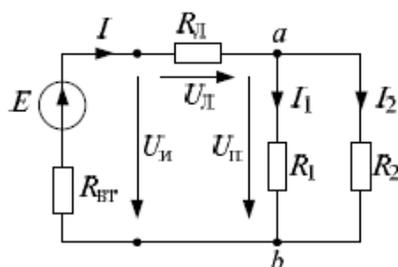
$$IR_{\text{л}} + I_1 R_1 + IR_{\text{вт}} = E. \quad (4.8)$$

Уравнение (4.8) позволяет дать *другую формулировку второго закона Кирхгофа: в контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжения в пассивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС этого контура:*

$$\Sigma IR = \Sigma E.$$

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа должны быть выбраны или заданы положительные направления токов I и ЭДС E источников энергии во всех ветвях и направление обхода контура. Необходимо соблюдать следующее правило знаков для падений напряжения и ЭДС, входящих в уравнение: ЭДС и напряжения, направления которых совпадают с направлением обхода контура, считаются положительными. Направление напряжения на резисторе совпадает с направлением тока в резисторе.

В качестве примера составим уравнение по второму закону Кирхгофа для правого контура схемы (см. рис. 3.8, б), обходя его по часовой стрелке:



$$I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0. \quad (4.9)$$

В этом контуре отсутствует ЭДС, поэтому в правой части уравнения (4.9) стоит 0. При обходе контура по часовой стрелке напряжение $I_2 R_2$ совпало с обходом контура, а напряжение $I_1 R_1$ противоположно обходу контура.

Режим электрической цепи произвольной конфигурации полностью определяется законами Кирхгофа, поэтому они должны быть основательно усвоены для отчетливого понимания всех последующих разделов учебной дисциплины.

Для лучшего усвоения правил составления уравнений по законам Кирхгофа рассмотрим схему сложной электрической цепи (рис. 4.1). В этой цепи несколько ЭДС, находящихся в разных ветвях, поэтому направления токов в ветвях указаны произвольно.

Направление обхода контуров показано по часовой стрелке. В схеме цепи всего два узла и три ветви. В каждой ветви идет свой ток.

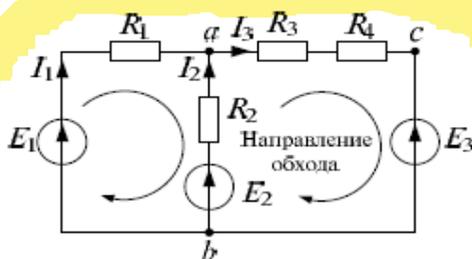


Рис. 4.1. Схема сложной электрической цепи для иллюстрации законов Кирхгофа

Уравнение по первому закону Кирхгофа для узла a :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0;$$

для узла b :

$$I_3 - I_1 - I_2 = 0.$$

Уравнение по второму закону Кирхгофа для левого контура, образованного двумя ветвями с элементами E_1 , R_1 и E_2 , R_2 :

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2.$$

Уравнение для правого контура, образованного двумя ветвями с элементами E_2, R_2 и E_3, R_3, R_4 :

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 R_4 = E_2 - E_3.$$

Следует отметить, что уравнение по второму закону Кирхгофа можно записать и для контура, который проходит от одного узла к другому или от одной точки цепи к другой по окружающему участку электрической цепи пространству. Например, если необходимо определить напряжение между узлами a и b (см. рис. 4.1), составим уравнение по контуру, образованному ветвью E_1, R_1 и пространством между точками a и b , представив его напряжением U_{ab} , т. е.

$$I_1 R_1 + U_{ab} = E_1,$$

откуда

$$U_{ab} = E_1 - I_1 R_1.$$

Таким образом можно определить напряжение между любыми точками электрической цепи.

Допустим, необходимо определить напряжение между точками b и c (см. рис. 4.1). Уравнение по второму закону Кирхгофа имеет вид

$$I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_3 R_4 - U_{bc} = E_2.$$

Следовательно,

$$U_{bc} = I_2 R_2 + I_3 (R_3 + R_4) - E_2.$$

С другой стороны,

$$U_{bc} = -E_3.$$

Пример 4.1. Для электрической цепи (рис. 4.2) известны: $E_1 = 60$ В; $E_2 = 10$ В; $R_1 = R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 10$ Ом. Определить напряжение U_{ac} , используя второй закон Кирхгофа.

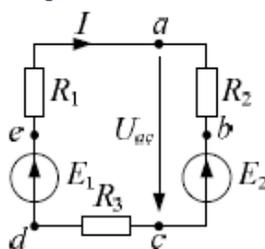


Рис. 4.2

Решение. Приняв положительное направление тока в цепи и обход контура по часовой стрелке (рис. 4.2), составим уравнение по второму закону Кирхгофа для внешнего контура *abcdea*:

$$I(R_1 + R_2 + R_3) = E_1 - E_2,$$

откуда ток в цепи

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{60 - 10}{20 + 20 + 10} = 1 \text{ A.}$$

Напряжение U_{ac} определим из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура *acdea*:

$$U_{ac} + I(R_1 + R_3) = E_1,$$

откуда

$$U_{ac} = E_1 - I(R_1 + R_3) = 60 - 1(20 + 10) = 30 \text{ В.}$$