

22-23 Принцип и метод наложения

В некоторых случаях расчет электрических цепей можно провести относительно просто, используя *принцип наложения*. Этот принцип применяется только к линейным электрическим цепям.

Рассмотрим в качестве примера схему на рисунке 4.20, а. Укажем произвольно направления токов в ветвях и составим систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2; \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2. \end{cases} \quad (4.35)$$

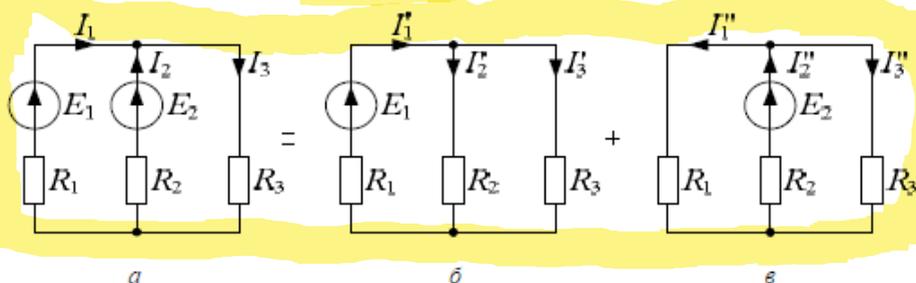


Рис. 4.20. Схемы электрических цепей для иллюстрации метода наложения

Решение системы (4.35) дает следующие выражения для токов:

$$\begin{cases} I_1 = E_1 \frac{R_2 + R_3}{A} - E_2 \frac{R_3}{A}; \\ I_2 = E_2 \frac{R_1 + R_3}{A} - E_1 \frac{R_3}{A}; \\ I_3 = E_1 \frac{R_2}{A} + E_2 \frac{R_1}{A}, \end{cases} \quad (4.36)$$

где $A = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3$.

Как и следовало ожидать, значения токов определяются действием ЭДС, имеющихся в схеме, т. е. каждая ЭДС вносит в ток каждой ветви свою определенную долю.

Уравнения (4.36) выражают *принцип наложения*. Он заключается в том, что ток в любой ветви сложной линейной цепи с несколькими ЭДС равен алгебраической сумме токов, вызванных в этой ветви каждой ЭДС в отдельности.

Принцип наложения используется в методе расчета, получившем название *метода наложения*.

При расчете цепей по методу наложения поступают следующим образом: поочередно рассчитывают токи от каждой из ЭДС, мысленно удаляя остальные из схемы. Находят токи в ветвях алгебраическим сложением частичных токов.

Схематично процесс приведен на рисунке 4.20, где исходная схема представлена двумя схемами по принципу наложения.

Расчет сложной электрической цепи в данном случае сводится к расчету двух более простых цепей. В цепях с одним источником ЭДС токи в ветвях направляют по направлению ЭДС.

Цепи, представленные на рисунке 4.20, б, в, имеют смешанное соединение резисторов и рассчитываются *методом «свертывания» цепи*.

Токи в исходной схеме определяют алгебраическим сложением частичных токов. В рассматриваемом примере

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_2 = -I_2' + I_2''; \quad I_3 = I_3' + I_3''.$$

Частичный ток считают положительным, если он направлен одинаково с током в той же ветви исходной схемы. Частичный ток противоположного направления считают отрицательным.

При таком подходе токи в ветвях исходной схемы могут получиться положительными или отрицательными. В последнем случае направление тока в ветви противоположно указанному на исходной схеме электрической цепи. Как правило, изменять направление тока в схеме электрической цепи не нужно.

Пример 4.7. В электрической цепи (рис. 4.21) определить токи, используя принцип наложения, если $E_1 = 120$ В, $E_2 = 250$ В, $R_1 = 18$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом.

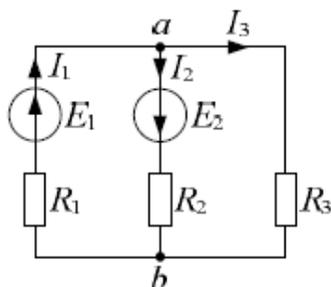


Рис. 4.21

Решение. На схеме цепи (рис. 4.21) произвольно указываем положительные направления токов в ветвях. Пользуясь принципом наложения, определяем токи в ветвях как алгебраическую сумму частных токов, создаваемых поочередно действующими ЭДС. Примем $E_2 = 0$ и определим частичные токи от E_1 (рис. 4.22), применяя метод эквивалентных преобразований:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R'_{\text{экв}}},$$

где $R'_{\text{экв}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 18 + \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 30$ Ом.

$$I'_1 = \frac{120}{30} = 4 \text{ А.}$$

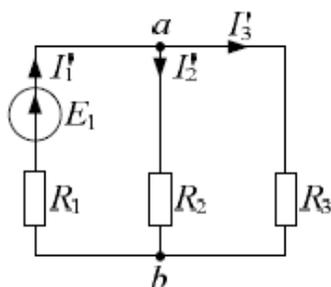


Рис. 4.22

Токи I'_2 и I'_3 определяем по закону Ома:

$$I'_2 = \frac{U'_{ab}}{R_2}, \quad I'_3 = \frac{U'_{ab}}{R_3},$$

где $U'_{ab} = I'_1 R_{23} = 4 \cdot 12 = 48$ В.

$$I'_2 = \frac{48}{20} = 2,4 \text{ А}, \quad I'_3 = \frac{48}{30} = 1,6 \text{ А}.$$

Примем $E_1 = 0$ и определим частичные токи от E_2 (рис. 4.23).

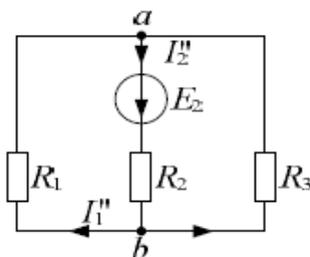


Рис. 4.23

По закону Ома ток

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_{\text{экз}}},$$

где $R_{\text{экз}} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 20 + \frac{18 \cdot 30}{18 + 30} = 31,25$ Ом.

$$I_2'' = \frac{250}{31,25} = 8 \text{ А}.$$

Токи I_1'' и I_3'' определим по закону Ома:

$$I_1'' = \frac{U''_{ab}}{R_1}, \quad I_3'' = \frac{U''_{ab}}{R_3},$$

где $U''_{ab} = I_2'' R_{13} = 8 \cdot 11,25 = 90$ В.

Тогда $I_1'' = \frac{90}{18}$ А и $I_3'' = \frac{90}{30} = 3$ А.

С учетом произвольно указанных ранее положительных направлений токов в ветвях на схеме цепи (см. рис. 4.21) определяем их как алгебраическую сумму частичных токов:

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 4 + 5 = 9 \text{ А};$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = 2,4 + 8 = 10,4 \text{ А};$$

$$I_3 = I_3' - I_3'' = 1,6 - 3 = -1,4 \text{ А}.$$

Знак «-» третьего тока говорит о противоположном его направлении по отношению к выбранному.