

8.1. Общие положения о цепях синусоидального тока

Основная роль в прикладной электротехнике принадлежит переменному току, главное преимущество которого заключается в возможности с малыми потерями передавать электроэнергию, трансформировать (преобразовывать) напряжение, получая высокое напряжение для передачи электрической энергии по длинным линиям и сравнительно низкое – для ее распределения потребителям. Кроме того, однофазные и трехфазные генераторы и двигатели синусоидального тока имеют более простое устройство и, следовательно, более просты в эксплуатации и надежны.

На практике все источники энергии переменного тока (генераторы электростанций) создают ЭДС, изменяющуюся во времени по синусоидальному закону. Электрические цепи, в которых действуют синусоидальные источники ЭДС, называются электрическими цепями синусоидального тока, напряжения. Такие понятия, как схема цепи, ветвь, узел, контур, способы соединения участков цепи, которые были даны ранее для цепей постоянного тока, остаются равнозначными и для цепей синусоидального тока.

Электродвижущие силы, напряжения и токи, изменяющиеся во времени, называют переменными. Значение тока в любой данный момент времени называют мгновенным. Аналогичное определение имеют и мгновенные значения ЭДС, напряжения, магнитного потока, магнитодвижущей силы и т. д. Мгновенные значения обозначаются строчными буквами: i , u , e . В дальнейшем будем рассматривать все понятия на примере тока.

Ток определен, если известна его зависимость от времени $i(t)$ и указано положительное направление. Ток, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени в той же последовательности, называют периодическим. Наименьший про-

межутков времени, через который эти повторения наблюдаются, называют **периодом T** . Для периодического тока

$$i = F(t) = F(t + T).$$

Величину, обратную периоду, называют частотой:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Частота равна 1 Гц, если период равен 1 с.

Форма кривой периодически изменяющегося переменного тока может быть любой (синусоидальной, пилообразной, прямоугольной и т. д.). Наиболее рациональный эксплуатационный режим работы электрических установок переменного тока обеспечивается при питании их от источников синусоидального тока. Поэтому преобладающим видом периодического процесса в электрических цепях является *синусоидальный режим*, характеризующийся тем, что все напряжения и токи являются синусоидальными функциями одинаковой частоты. При синусоидальном токе напряжения на всех элементах линейной электрической цепи также оказываются синусоидальными функциями времени.

Как известно из курса математического анализа, синусоида является простейшей периодической функцией, а другие несинусоидальные периодические функции могут быть представлены бесконечным рядом синусоид кратных частот. Это обуславливает первоочередную необходимость изучения цепей синусоидального тока.

8.2. Величины, характеризующие синусоидальный ток. Генерирование синусоидальной ЭДС

Периодические ЭДС, напряжения и токи, являющиеся синусоидальными функциями времени, аналитически представляют в виде следующих уравнений:

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e); \quad u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (8.1)$$

Величины **e , u , i** называют **мгновенными**, а **E_m , U_m , I_m** — **амплитудными** (максимальными) **значениями** ЭДС, напряжения и

тока. Аргумент синуса $(\omega t + \psi)$ называют **фазой**. Величину $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, определяющую скорость изменения аргумента угла, называют **угловой частотой**, а ψ_e, ψ_u, ψ_i — **начальной фазой** соответственно ЭДС, напряжения и тока.

На рисунке 8.1 показаны **графики изменения** во времени синусоидальных напряжения и тока с одним и тем же периодом. Их еще называют **временными диаграммами**. По оси абсцисс можно откладывать или время t , или пропорциональную ему угловую величину ωt . Соответственно периодом будет являться T или 2π .

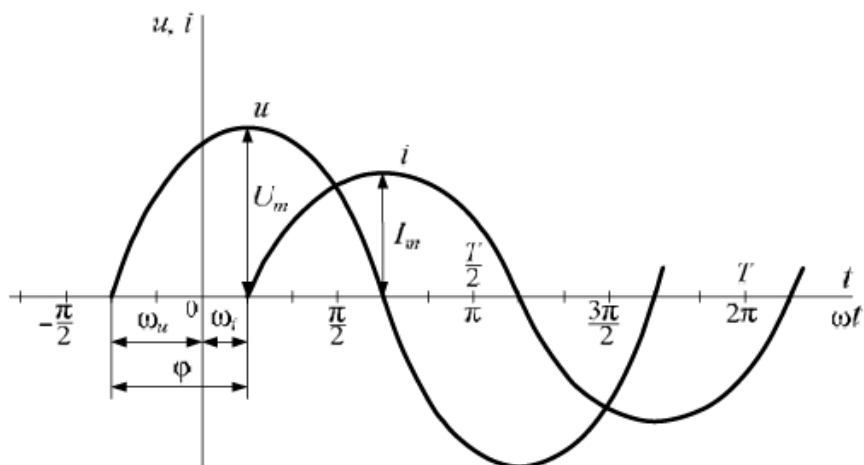


Рис. 8.1. Графики синусоидальных функций $u(t)$ и $i(t)$

Следует обратить внимание, что **начальная фаза ψ_u или ψ_i** , определяемая смещением синусоиды относительно начала координат, измеряется абсциссой точки перехода отрицательной полуволны синусоиды в положительную и **является величиной алгебраической**. Угол ψ **положителен** и отсчитывается вправо к точке $t = 0$, **когда синусоидальная функция смещена влево относительно**

начала координат. Таким образом, для представленных на рисунке 8.1 функций $\psi_u > 0$, а $\psi_i < 0$.

Если начала синусоид напряжения и токов, изменяющихся с одинаковой частотой, в какой-то цепи не совпадают, то говорят, что они сдвинуты по фазе относительно друг друга.

Угол сдвига фаз измеряется разностью начальных фаз напряжения и тока, т. е.

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Таким образом, **основными величинами**, характеризующими синусоидально изменяющуюся величину (ЭДС, напряжение и ток), являются амплитуда E_m , U_m или I_m , угловая частота ω и начальная фаза ψ .

К синусоидальным функциям в общем случае причисляют и косинусоидальные функции. Поскольку косинусоида может рассматриваться как синусоида с начальной фазой $\psi = \frac{\pi}{2}$, ее можно представить в синусоидальной форме:

$$u = U_m \cos(\omega t + \psi_u) = U_m \sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right).$$

В зависимости от требуемой частоты **источниками синусоидальной ЭДС** являются **генераторы** разных типов: вращающиеся **электрические машины** (для промышленных частот); ионные и полупроводниковые преобразователи постоянного тока в переменный (инверторы) или ламповые генераторы (для промышленных и повышенных частот); квантовые генераторы (для высоких частот).

Наиболее распространенным промышленным способом получения синусоидальной ЭДС является применение электромагнитных машин – **синхронных генераторов**, **приводимых во вращение гидравлическими, тепловыми и другими двигателями**.

Синхронный генератор (рис. 8.2) **состоит из неподвижной части – статора 1 и вращающейся части – ротора 2.**

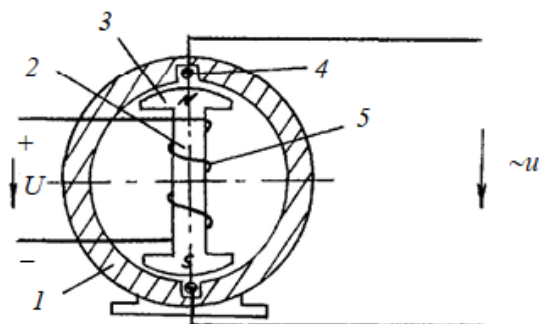


Рис. 8.2. Упрощенный схематичный разрез синхронного генератора

Магнитная цепь машины изготавливается из **электротехнической стали**: статор и полюсные наконечники 3 ротора – из листовой стали; остальная часть ротора – из сплошного стального массива. В **пазах статора** размещена **рабочая обмотка 4**, а **на роторе – обмотка возбуждения 5**, которая через кольца и щетки питается от источника **постоянного тока**.

Таким образом, **ротор** представляет собой **электромагнит** с явно выраженными полюсами. **При вращении** ротора в генераторе получается **вращающееся магнитное поле**, под действием которого **в каждом проводнике рабочей обмотки** (согласно закону Фарадея) **наводится ЭДС**

$$e = Blv,$$

где B – магнитная индукция поля под проводником обмотки;

l – длина активной части витка (проводника);

v – линейная скорость перемещения магнитного поля.

При постоянных значениях l и v закон изменения ЭДС $e(t)$ определяется законом распределения B в воздушном зазоре машины. Благодаря специальной форме полюсных наконечников распределение магнитной индукции создается синусоидальным вдоль всей окружности зазора между ротором и статором: магнитная индукция максимальна, когда полюса ротора находятся напротив витка обмотки, и постепенно убывает к краям полюсных наконечников при повороте ротора.

В момент времени, когда ротор находится в положении, перпендикулярном указанному на рисунке 8.2, магнитная индукция

под проводником обмотки равна нулю, и поэтому ЭДС также равна нулю.

После поворота ротора по часовой стрелке в положение, когда полюсные наконечники появляются в зоне проводников обмотки, возникает небольшая ЭДС, постепенно возрастающая до максимума, когда положение ротора соответствует указанному на рисунке 8.2. Затем ЭДС уменьшается до нуля. В это время ток протекает от одного (допустим, верхнего) вывода обмотки к другому.

При последующем вращении ротора поменяются полюса магнитного поля и возникает ЭДС другой полярности (от нижнего к верхнему выводу). Таким образом, на выводах генератора возникает **практически синусоидальная ЭДС.**

Частота генерируемой ЭДС

$$f = \frac{np}{60},$$

где n – частота вращения ротора, об/мин;

p – число пар полюсов.

Генератор может иметь одну или несколько пар полюсов. Более детально устройство и принцип действия различных генераторов изучают специальные учебные дисциплины: «Электрические машины», «Основы электроники» и др.

8.3. Среднее и действующее значения синусоидального тока, напряжения, ЭДС

Среднее значение периодической функции $F(t)$ за период T определяют по формуле

$$F_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt.$$

Значит, среднее значение за период равно высоте прямоугольника с основанием T , площадь которого равна площади, ограниченной функцией $F(t)$ и осью абсцисс за один период.

Среднее значение синусоидальной функции **за период равно нулю**, так как площади положительной и отрицательной полуволн

равны. В данном случае **пользуются понятием** среднего значения функции, взятой по абсолютному значению, т. е. **среднего полупериодного значения**, соответствующего **положительной полуволне** синусоиды (рис. 8.3).

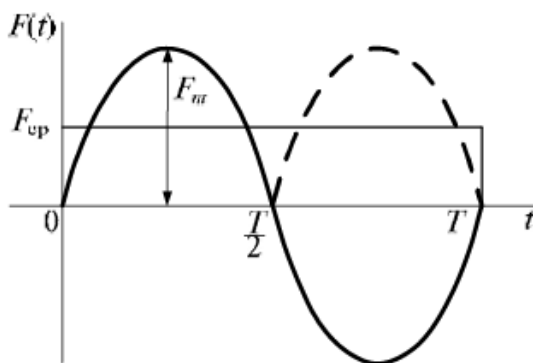


Рис. 8.3. График среднего полупериодного значения синусоидальной функции

Таким образом, под **средним значением** синусоидально изменяющейся величины понимают среднее значение ее **за полупериод**:

$$F_{ср} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} F(t) dt.$$

Выполнив интегрирование функции $e = E_m \sin \omega t$, получим соотношение между средним и амплитудным значениями:

$$E_{ср} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} E_m \sin \omega t = \frac{2E_m}{\omega t} \left| \cos \omega t \right|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} E_m.$$

Аналогично средние значения напряжения и тока

$$U_{ср} = \frac{2}{\pi} U_m; \quad I_{ср} = \frac{2}{\pi} I_m$$

Для измерения среднего значения за период **применяют приборы магнитоэлектрической системы**. При измерении среднего полупериодного значения синусоидальный **ток предварительно выпрям-**

ляют. Средние значения напряжения, тока и других синусоидальных величин применяют в основном для оценки параметров качества электрической энергии. Для энергетической оценки электроустановок наиболее удобны действующие значения тока, напряжения, ЭДС и других синусоидальных величин электромагнитной энергии.

Действующее значение периодической функции $F(t)$ вычисляют по формуле

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [F(t)]^2 dt}. \quad (8.2)$$

Поэтому действующее значение является среднеквадратичным значением функции за период. В соответствии с формулой (8.2) действующий периодический ток

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (8.3)$$

Возведя выражение (8.3) в квадрат и умножив обе части полученного выражения на RT , получим

$$I^2 RT = \int_0^T Ri^2 dt. \quad (8.4)$$

Равенство (8.4) показывает физический смысл действующего значения периодического тока, т. е. действующий периодический ток равен такому постоянному току, который, проходя через неизменное сопротивление R , за период времени T выделяет то же количество теплоты, что и синусоидальный ток i .

Проинтегрировав формулу (8.3), получим соотношение между действующим и амплитудным значениями синусоидального тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \cdot \frac{T}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Аналогично для напряжения и ЭДС

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Понятие **действующего значения** синусоидально изменяющейся величины **широко используют** в измерительных приборах и при определении номинальных параметров (тока, напряжения) электротехнических устройств.

При оценке периодических кривых в электроэнергетике вводят понятия **коэффициента формы** k_Φ , **коэффициента амплитуды** k_a и **коэффициента искажения** $k_{\text{и}}$.

Коэффициент формы определяют отношением действующего и среднего за полпериода значений:

$$k_\Phi = \frac{F}{F_{\text{ср}}}.$$

Для синусоидальной функции

$$k_\Phi = \frac{I_m / \sqrt{2}}{I_m \cdot 2 / \pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

Коэффициент амплитуды k_a равен отношению амплитудного значения к действующему:

$$k_a = \frac{F_m}{F}.$$

Для синусоидальной функции $k_a = \sqrt{2} = 1,41$.

Понятие коэффициента искажения будет рассмотрено в главе 16 «Электрические цепи с периодическими несинусоидальными напряжениями и токами».

Пример 8.1. Ток в ветви электрической цепи изменяется по закону $i = 28,2 \sin(628t - 70^\circ)$ А. Определить действующее амплитудное значение тока, угловую частоту, частоту, период, начальную фазу.

Решение. Амплитудное значение – это максимальное значение синусоидальной функции, когда фаза равна 90° :

$$I_m = 28,2 \text{ А}$$

Действующее значение тока связано с амплитудным соотношением

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

следовательно,

$$I_m = \frac{28,2}{\sqrt{2}} = 20 \text{ A.}$$

Из тригонометрической функции тока следует, что угловая частота $\omega = 628 \text{ рад/с}$, начальная фаза $\psi_i = -70^\circ$.

Частоту f определяем из выражении $\omega = 2\pi f$:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{628}{2 \cdot 3,14} = 100 \text{ Гц.}$$

Период $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ с.}$