

53 Цепь синусоидального тока с индуктивностью

В природе нет цепей, которые обладали бы только индуктивностью. Любая цепь обладает некоторым активным сопротивлением, пусть даже малым. Рассмотрение цепи, обладающей только индуктивностью, является научной абстракцией, позволяющей ясно представить себе свойства такого элемента.

Пусть через индуктивный элемент L проходит синусоидальный ток i (рис. 9.5):

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

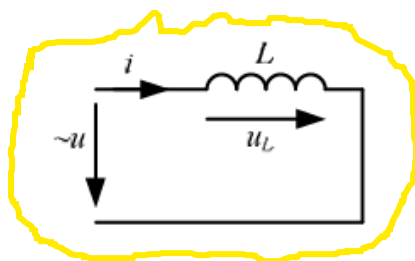


Рис. 9.5. Схема цепи переменного тока с индуктивностью

Изменение тока в цепи с индуктивностью L вызывает ЭДС самоиндукции e_L , которая по правилу Ленца противодействует изменению тока:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}.$$

Чтобы в цепи протекал ток, требуется иметь на зажимах цепи напряжение, уравнивающее ЭДС самоиндукции, равное ей по значению и противоположное по знаку:

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_m \cos(\omega t + \psi_i) = U_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right).$$

Полученное выражение показывает, что напряжение на индуктивности изменяется по синусоидальному закону, имеет начальную фазу $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$ (рис. 9.6).

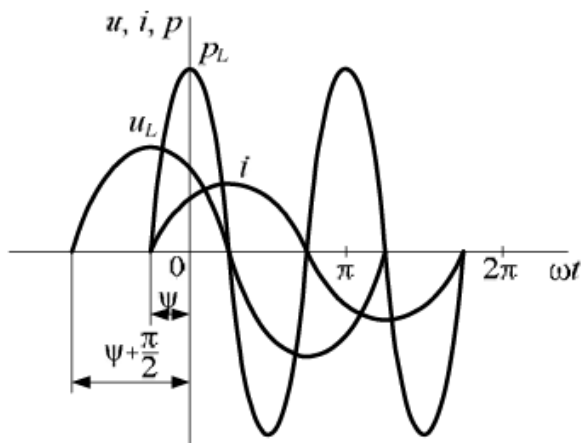


Рис. 9.6. Мгновенные значения напряжения, тока и мощности в индуктивности

Угол сдвига по фазе между напряжением и током в цепи с индуктивностью положительный:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}.$$

Амплитудные и соответственно действующие значения напряжения и тока связаны соотношением, подобным закону Ома:

$$U_m = \omega L I_m = X_L I_m; \quad U = \omega L I = X_L I.$$

Величину $X_L = \omega L$, имеющую размерность сопротивления (Ом), называют **индуктивным сопротивлением**, а обратную ей величину

$b_L = \frac{1}{\omega L}$, имеющую размерность проводимости (См), называют **индуктивной проводимостью**.

Тогда

$$I_m = b_L U_m; \quad I = b_L U.$$

В комплексной форме соотношение между векторами

$$\dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m = jX_L \dot{I}_m; \quad \dot{U} = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}.$$

Вектор напряжения \dot{U} опережает вектор тока \dot{I} на угол $\frac{\pi}{2}$

(рис. 9.7).

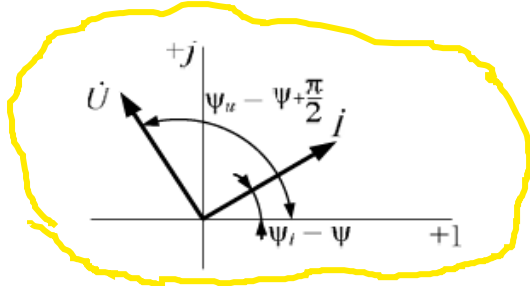


Рис. 9.7. Векторная диаграмма напряжения и тока для участка цепи с индуктивностью

Мгновенная мощность, поступающая в индуктивность:

$$p_L = u\dot{i} = U_m \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) I_m \sin(\omega t + \psi_i) = UI \sin(2\omega t + \psi_i),$$

колеблется по синусоидальному закону с угловой частотой 2ω , имея амплитуду UI (см. рис. 9.6). Поступая от источника питания, энергия временно (в течение четверти периода, когда мощность положительна) запасается в магнитном поле индуктивности, а затем (в следующую четверть периода, когда мощность отрицательна) возвращается в источник при исчезновении магнитного поля.

Таким образом происходит колебание (обмен) энергии между источником питания и индуктивностью, причем активная мощность $P = 0$.