

59-60 Цепь синусоидального тока с резистором и конденсатором

Если в цепи (рис. 9.16) с последовательным соединением активного сопротивления и электрической емкости проходит синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то на каждом элементе создается падение напряжения, изменяющееся по синусоидальному закону:

$$u_a = iR = I_m R \sin \omega t = U_{am} \sin \omega t;$$

$$U_C = U_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m X_C \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

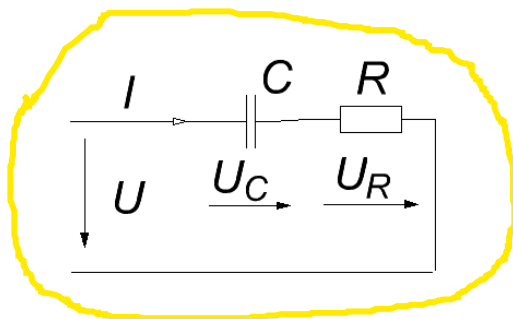


Рис. 9.16. Схема цепи с последовательным соединением элементов R и C

Согласно второму закону Кирхгофа, напряжение на входе цепи

$$u = u_a + u_C = U_{am} \sin \omega t + U_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin (\omega t - \varphi).$$

Напряжение на входе цепи синусоидально и отстает от тока по фазе на угол φ .

На основании второго закона Кирхгофа в векторной форме $\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_C$ построим векторную диаграмму, взяв за основной вектор тока \vec{I} (рис. 9.17).

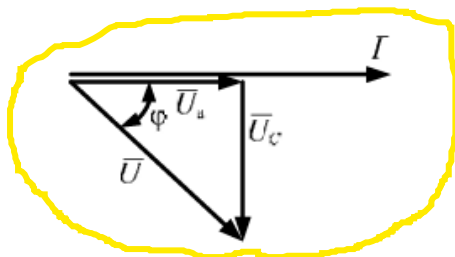


Рис. 9.17. Векторная диаграмма для RC-цепи

Из векторной диаграммы следует, что

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{(IR)^2 + \left(I \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\
 &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = I \sqrt{R^2 + X_C^2}.
 \end{aligned}
 \tag{9.10}$$

Из выражения (9.10) ток

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}.
 \tag{9.11}$$

Формула (9.11) выражает закон Ома в действующих значениях для цепи с последовательным соединением элементов R и C ; Z – полное сопротивление цепи $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$.

Геометрическая интерпретация полного сопротивления представляет собой прямоугольный треугольник сопротивления, подобный треугольнику напряжений (рис. 9.18).

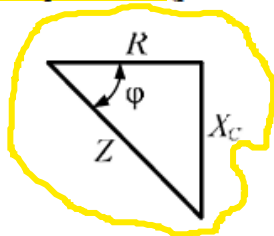


Рис. 9.18. Треугольник сопротивлений RC-цепи

По треугольнику сопротивлений можно получить ряд соотношений, используемых для решения многих вопросов.

Закон Кирхгофа для рассматриваемой цепи в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{I}R + \dot{I}\left(-j\frac{1}{\omega C}\right),$$

откуда

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\dot{U}}{R - jX_C} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}. \quad (9.12)$$

Выражение (9.12) представляет собой **закон Ома в комплексной форме** для цепи с последовательным соединением активного сопротивления и электрической емкости, где $\underline{Z} = R - jX_C$ – комплекс полного сопротивления.

Рассмотрим энергетические соотношения в цепи с последовательным соединением R и C .

Мгновенная мощность в цепи

$$p = ui = U_m \sin(\omega t - \varphi) I_m \sin \omega t = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi).$$

Зависимость мгновенной мощности от времени построена на рисунке 9.19, **изменяется по периодическому несинусоидальному закону с двойной частотой и, так же как и в цепи с реальной катушкой, имеет как положительные, так и отрицательные значения. Положительные – при одинаковом направлении напряжения и тока, отрицательные – при противоположном.** Это значит, что и в RC -цепи, **наряду с необратимым процессом преобразования электрической энергии в тепловую, идет обмен энергией генератора и энергией электрического поля цепи.**

Активная мощность

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui = UI \cos \varphi.$$

Реактивная емкостная мощность

$$Q_C = U_C I = IX_C I = I^2 X_C.$$

Полная мощность

$$S = UI.$$

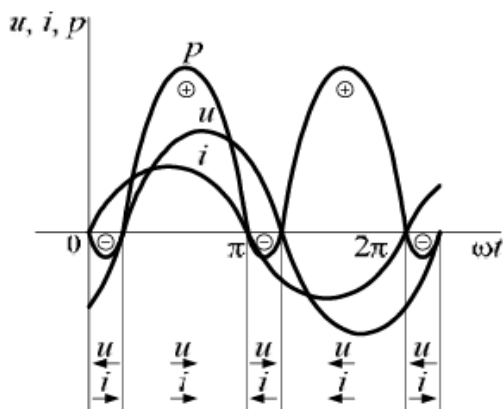


Рис. 9.19. Графики изменения напряжения, тока, мгновенной мощности

Здесь неточность в графике мгновенной мощности. Это должна быть синусоида с двойной частотой, а на рисунке синусоида искажена.

Активная, реактивная и полная мощности составляют треугольник мощностей, подобный треугольнику напряжений (рис. 9.20).

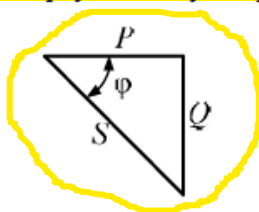


Рис. 9.20. Треугольник мощностей RC-цепи



Вопросы и задачи для самоконтроля

1. Объясните, что понимают под индуктивным и емкостным сопротивлениями.
2. Запишите соотношение между мгновенными токами и напряжениями на участках цепи с активным сопротивлением R , индуктивным элементом L , емкостным элементом C .

3. Сформулируйте закон Ома для цепи синусоидального тока, запишите его формулу.

4. Сформулируйте законы Кирхгофа для цепи синусоидального тока в дифференциальной и комплексной формах.

5. Поясните, что понимают под углом сдвига фаз, от чего зависит его величина, как его определяют.

6. Объясните, что понимают под активной, реактивной и полной мощностью.

7. Запишите основные формулы по определению активной, реактивной и полной мощности, единицы их измерения.

8. Дайте определение коэффициента мощности. Как его рассчитывают?

9. Катушка с индуктивностью L и последовательно соединенным активным сопротивлением R подключена к источнику синусоидального напряжения с частотой f . Как изменится ток в цепи, если катушку подключить к источнику постоянного напряжения? Ответ: ток увеличится. Объясните, почему.

10. Конденсатор емкостью C подключен к источнику синусоидального тока. Как изменится ток в цепи, если частоту: а) увеличить в 3 раза; б) уменьшить в 2 раза; в) если конденсатор подключить к источнику постоянного тока? Ответ: а) ток увеличится в 3 раза; б) ток уменьшится в 2 раза; в) ток будет равен нулю. Объясните, почему.