69-70 Выражение $\underline{Z}$, $\underline{Y}$, $\underline{I}$, $\underline{U}$, $\underline{S}$ в комплексном виде. Законы Ома и Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей при смешанном соединении элементов, а также сложных цепей синусоидального напряжения обычно осуществляется символическим методом, основанным на представлении синусоидальной функции комплексным числом. Это объясняется тем, что классический метод расчета приводит к громоздким интегрально-дифференциальным уравнениям и требует большого объема тригонометрических преобразований. Символический метод позволяет тригонометрические преобразования и геометрические операции над векторами свести к алгебраическим операциям над комплексными числами, что существенно упрощает расчет и позволяет его вести с любой степенью точности. При этом могут быть использованы все методы преобразования и анализа электрических цепей, изложенные в главе 4.

В линейных цепях синусоидального тока амплитуды токов и напряжений или их действующие значения при заданной начальной фазе определяются однозначно их комплексными амплитудами или комплексными действующими значениями. При использовании символического метода расчета необходимо все законы цепей (закон Ома, законы Кирхгофа) применять в комплексной форме. Возможности символического метода рассмотрим на примере расчета простой цепи со смешанным соединением элементов и сложной цепи.

Комплекс полного сопротивления цепи $\underline{Z}$ это число в алгебраической или показательной форме (R – активное, X – реактивное, Z – модуль, φ – аргумент, угол сдвига фаз между током и напряжением)

$$\underline{Z} = R \pm jX \Rightarrow Ze^{\pm j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-индуктивный характер, то применяется знак «+» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы (не указывается)

$$\underline{Z} = R + jX_L \Rightarrow Ze^{j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-емкостной характер, то применяется знак «–» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы

$$\underline{Z} = R - jX_C \Rightarrow Ze^{-j\varphi}.$$

Комплекс полной проводимости цепи $\underline{Y}$ это число в алгебраической или показательной форме (g – активная, b – реактивная, Y – модуль, φ – аргумент, угол сдвига фаз между током и напряжением)

$$\underline{Y} = g \pm jb \Rightarrow Ye^{\pm j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-индуктивный характер, то применяется знак «–» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы

$$\underline{Y} = g - jb_L \Rightarrow Ye^{-j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-емкостной характер, то применяется знак «+» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы (не указывается)

$$\underline{Y} = g + jb_C \Rightarrow Ye^{j\varphi}.$$

Комплекс полной проводимости является величиной обратной комплексу полного сопротивления

$$\underline{Y} = 1 / \underline{Z} \text{ и наоборот } \underline{Z} = 1 / \underline{Y}.$$

Комплекс тока $\underline{I}$ может быть записан в алгебраической и в показательной форме($I_А$ – активная составляющая, $I_Р$ – реактивная, I – модуль, ψ – аргумент, начальная фаза)

$$\underline{I} = I_А \pm jI_Р \Rightarrow Ie^{\pm j\psi}.$$

Комплекс напряжения $\underline{U}$ может быть записан в алгебраической и в показательной форме ($U_А$ – активная составляющая, $U_Р$ – реактивная, U – модуль, ψ – аргумент, начальная фаза)

$$\underline{U} = U_А \pm jU_Р \Rightarrow Ue^{\pm j\psi}.$$

Ток, напряжение и сопротивление связаны между собой законом Ома

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}; \quad \underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z}; \quad \underline{Z} = \underline{U} / \underline{I}.$$

Комплекс полной мощности $\underline{S}$ может быть записан в алгебраической и в показательной форме (P – активная мощность, Q – реактивная мощность, S – модуль, φ – аргумент, угол сдвига фаз между током и напряжением)

$$\underline{S} = P \pm jQ \Rightarrow Se^{\pm j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-индуктивный характер, то применяется знак «+» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы (не указывается)

$$\underline{S} = P + jQ_L \Rightarrow Se^{j\varphi}.$$

Если цепь имеет активно-емкостной характер, то применяется знак «–» при мнимой части алгебраической формы и при аргументе показательной формы

$$\underline{S} = P - jQ_C \Rightarrow Se^{-j\varphi}.$$

Для определения комплекса полной мощности, а, следовательно, активной и реактивной мощности необходимо умножить комплекс напряжения на комплексно-сопряжённый ток.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P \pm jQ.$$

Комплексно-сопряжённый ток $\underline{I}^*$имеет обратный знак относительно тока $\underline{I}$ при мнимой части в алгебраической форме записи и при аргументе (угле) в показательной форме («+» меняется на «–», а «–» на «+»).

При использовании 1 закона Кирхгофа следует суммировать комплексы токов с учётом их направления (знака), $\Sigma \pm \underline{I} = 0$.

При использовании 2 закона Кирхгофа следует суммировать комплексы падений напряжений с учётом знака и приравнивать их к алгебраической сумме комплексов ЭДС, $\Sigma \pm \underline{U} = \Sigma \pm \underline{E}$.