71-72 Расчёт цепи с последовательным и параллельным соединением элементов

Расчет простых цепей, как правило, ведут методом преобразования схем, при помощи которых удается свести схему разветвленной электрической цепи к простейшей и воспользоваться законом Ома.

Одним из основных видов преобразования электрических схем, часто применяемых на практике, является преобразование схемы со смешанным соединением элементов, которое представляет собой сочетание более простых соединений – последовательного и параллельного.

При последовательном соединении приемников (рис. 11.1) образуется одна ветвь и через все их сопротивления проходит один и тот же ток $\dot{I}$.

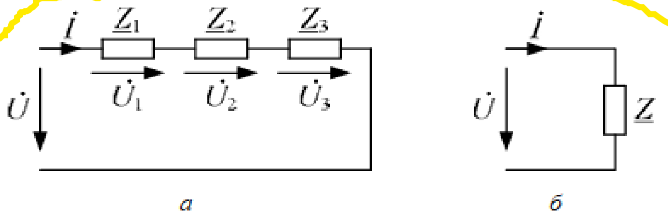

Рис. 11.1. Последовательное соединение приемников (*а*) и схема эквивалентной цепи (*б*)

На каждом приемнике $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ будут создаваться падения напряжения $\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{U}_3$. В соответствии со вторым законом Кирхгофа в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \sum \dot{U}_k,$$

или

$$\dot{U} = \dot{I}\underline{Z}_1 + \dot{I}\underline{Z}_2 + \dot{I}\underline{Z}_3 = \dot{I}\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3\right) = \dot{I}\sum \underline{Z}_k,$$

где $\underline{Z}_k = R_k + jX_k$.

Таким образом, при последовательном соединении приемников эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи $\underline{Z}$ равно алгебраической сумме комплексных сопротивлений отдельных участков цепи, т. е.

$$\underline{Z} = \sum \underline{Z}_k = \sum R_k + j\sum X_k = R + jX,$$

где $R = \sum R_k$; $X = \sum X_k$.

Значит, исходную схему (рис. 11.1, *а*) можно преобразовать в более простую эквивалентную схему (рис. 11.1, *б*). Ток в электрической цепи определяют по закону Ома:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.$$

Пример 11.1. Для электрической цепи (рис. 11.2) определить ток и падения напряжений на приемниках, если напряжение $u = 141 \sin \omega t$, $R = 6$ Ом, $X_L = 8$ Ом. Построить векторную диаграмму напряжений и тока.

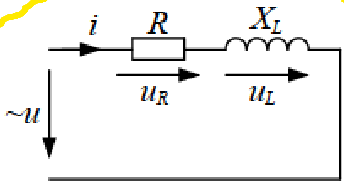

Рис. 11.2. Последовательное соединение активного
и индуктивного сопротивлений

Решение. Расчет удобно вести символическим методом. Комплексное действующее напряжение источника

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_U},$$

где ψ_U – начальная фаза приложенного к цепи напряжения.

Из условия задачи видно, что $\psi_U = 0$. Если начальная фаза напряжения не задана, а известно действующее значение напряжения, то в этом случае можно принять его начальную фазу равной нулю и для этого момента времени рассчитать цепь. Итак, для нашего примера

$$\dot{U} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j0} = 100 \text{ В}.$$

Комплексное эквивалентное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = R + jX_L = 6 + j8 \text{ Ом}.$$

По закону Ома комплексное значение тока в цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{100}{6 + j8} = \frac{100(6 - j8)}{(6 + j8)(6 - j8)} = \frac{100(6 - j8)}{100} = 6 - j8 \text{ А}.$$

Действующее значение тока $I = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ А.

Падение напряжения на активном сопротивлении

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = (6 - j8)6 = 36 - j48 \text{ В}; \quad U = \sqrt{36^2 + 48^2} = 60 \text{ В}.$$

Падение напряжения на индуктивном сопротивлении

$$\dot{U}_L = jX_L\dot{I} = j8(6 - j8) = 64 + j48 \text{ В}; \quad U_L = \sqrt{64^2 + 48^2} = 80 \text{ В}.$$

Векторную диаграмму (рис. 11.3) строим в такой последовательности. На комплексной плоскости в масштабе откладываем вектор тока $\dot{I}$. Вектор напряжения $\dot{U}_R$ в масштабе строим совпадающим по направлению с током $\dot{I}$, а вектор напряжения $\dot{U}_L$ – опережающим ток $\dot{I}$ на 90°. Просуммировав векторы в соответствии со вторым законом Кирхгофа, получим вектор напряжения источника, т. е. $\dot{U}_R + \dot{U}_L = \dot{U}$.

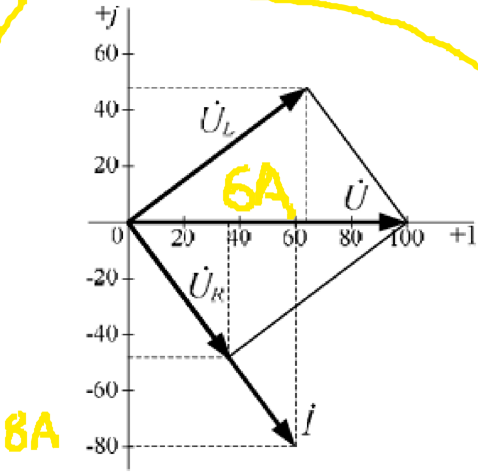

Рис. 11.3. Векторная диаграмма напряжений

При параллельном соединении (рис. 11.4, *а*) ветви присоединены к двум узлам и напряжение $\dot{U}$ на всех ветвях одинаковое.

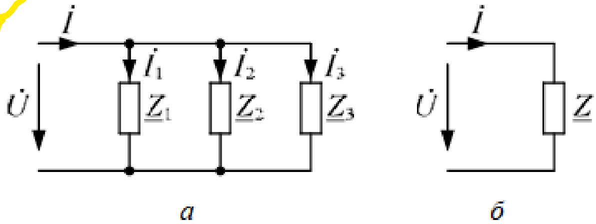

Рис. 11.4. Параллельное соединение приемников (*а*) и схема эквивалентной цепи (*б*)

В соответствии с первым законом Кирхгофа

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \sum \dot{I}_k.$$

Разделив все составляющие уравнения на напряжение $\dot{U}$:

$$\frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}} + \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}} + \frac{\dot{I}_3}{\dot{U}},$$

получим

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3},$$

или

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \sum \underline{Y}_k = g - jb,$$

где $g = \sum g_k$; $b = \sum b_k$.

Значит, при параллельном соединении приемников эквивалентная комплексная проводимость всей цепи равна алгебраической сумме комплексных проводимостей отдельных ветвей.

Эквивалентное комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}.$$

В частном случае, когда параллельно соединены только две ветви, эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи определяют по формуле

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

Таким образом, исходную схему с параллельным соединением приемников (рис. 11.4, *а*) можно преобразовать в более простую эквивалентную схему (рис. 11.4, *б*) и по закону Ома определить ток источника:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \dot{U}\underline{Y}$$

и токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \dot{U}\underline{Y}_1; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \dot{U}\underline{Y}_2; \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_3} = \dot{U}\underline{Y}_3.$$

Расчет токов проверяют по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$