73-74 Расчёт цепи со смешанным соединением элементов

Поскольку смешанное соединение (рис. 11.5) представляет собой сочетание последовательных и параллельных соединений участков цепи, то соответственно можно использовать приемы, рассмотренные ранее. При этом схема может быть преобразована в более простую электрическую схему путем замены параллельных ветвей одной эквивалентной ветвью и последовательно соединенных участков цепи – одним участком.

Предположим, что заданы напряжение $\dot{U}$ на зажимах цепи, значения всех комплексных сопротивлений $\underline{Z}_1 - \underline{Z}_4$ и требуется рассчитать все токи. Задачу решают методом преобразования схем.

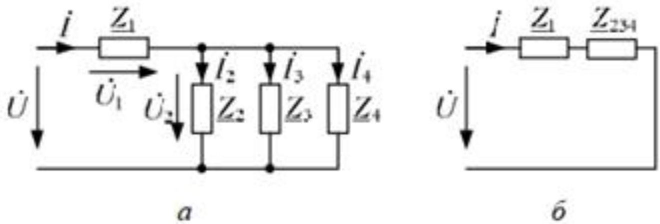

Рис. 11.5. Смешанное соединение приемников (*а*)
и эквивалентная схема преобразования цепи (*б*)

Вначале определяют эквивалентную комплексную проводимость параллельных ветвей с сопротивлениями $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ и $\underline{Z}_4$:

$$\underline{Y}_{234} = \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4}.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление $\underline{Z}_{234} = \dfrac{1}{\underline{Y}_{234}}$.

Значит, исходную схему можно привести к более простой, состоящей всего из двух последовательно соединенных приемников с сопротивлениями $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_{234}$ (рис. 11.5, *б*).

Эквивалентное сопротивление всей цепи $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{234}$.

По закону Ома ток в неразветвленной части цепи $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}}$.

Для расчета токов в параллельных ветвях цепи необходимо знать приложенное к ним напряжение $\dot{U}_2$, которое можно рассчитать двумя способами:

1) по второму закону Кирхгофа: $\dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{U}_1 = \dot{U} - \dot{I}_1\underline{Z}_1$;

2) по закону Ома: $\dot{U}_2 = \dot{I}_1\underline{Z}_{234}$.

Тогда токи в параллельных ветвях $\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2}$; $\dot{I}_3 = \dfrac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_3}$; $\dot{I}_4 = \dfrac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_4}$.

Результаты расчетов проверяют по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4,$$

и по балансу мощностей: $\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = P \pm jQ$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4,$$

где $P = UI\cos\varphi$; $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$; $P_1 = I_1^2R_1$; $P_2 = I_2^2R_2$; $P_3 = I_3^2R_3$; $P_4 = I_4^2R_4$.

Для наглядности расчет цепи синусоидального тока обычно сопровождают построением векторных диаграмм токов и напряжений.

Пример 11.2. Определить токи в цепи (рис. 11.6) и построить векторную диаграмму токов и напряжений, если $U = 100$ В, $R_1 = 6$ Ом, $X_1 = 8$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $X_2 = 7$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $X_3 = 2$ Ом.

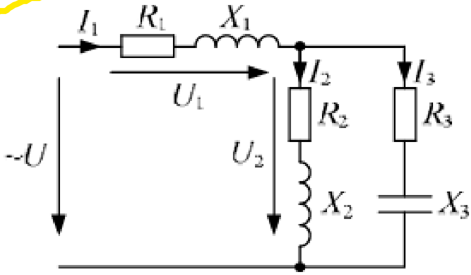

Рис. 11.6. Схема цепи со смешанным соединением проводников

Решение. Выбираем положительные направления токов и напряжений, указываем их направления на схеме цепи. Записываем комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 6 + j8 = 10e^{j53°13'} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = 3 + j7 = 7{,}13e^{j66°50'} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_3 = 2 - j2 = 2{,}82e^{-j45°} \text{ Ом}.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление параллельных ветвей

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(3 + j7)(2 - j2)}{3 + j7 + 2 - j2} = 2{,}8 - j1{,}2 = 3{,}05e^{-j23°10'} \text{ Ом}.$$

Эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 6 + j8 + 2{,}8 - j1{,}2 = 8{,}8 + j6{,}8 = 11{,}1e^{j37°69'} \text{ Ом}.$$

Ток на неразветвленном участке цепи $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}}$.

Комплексное напряжение на входе цепи $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$. Примем начальную фазу $\psi_u = 0$, тогда $\dot{U} = 100e^{j0°} = 100$ В.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{100}{8{,}8 + j6{,}8} = 7{,}12 - j5{,}5 = 9e^{-j37°69'} \text{ А}.$$

Как видно, действующее значение тока $I_1 = \sqrt{7{,}12^2 + 5{,}5^2} = 9$ А. Начальная фаза тока $\psi_{i_1} = \operatorname{arctg} \dfrac{-5{,}5}{7{,}12} = -37°69'$.

Падение напряжения на неразветвленном участке цепи

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = (7{,}12 - j5{,}5)(6 + j8) = 86{,}72 + j23{,}96 = 90e^{15°45'} \text{ В.}$$

Значит, напряжение на параллельных ветвях

$$\dot{U}_2 = \dot{U} - \dot{U}_1 = 100 - (86{,}72 + j23{,}96) = 13{,}28 - j23{,}96 = 27{,}39e^{-j61°} \text{ В,}$$

и соответственно токи в них

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{13{,}28 - j23{,}96}{3 + j7} = -2{,}2 - j2{,}84 = -3{,}59e^{-j127°76'} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{13{,}28 - j23{,}96}{2 - j2} = 9{,}31 - j2{,}67 = 9{,}69e^{-j16°} \text{ А.}$$

Результаты вычислений проверим по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = -2{,}2 - j2{,}84 + 9{,}31 - j2{,}67 = 7{,}11 - j5{,}51 \text{ А.}$$

Как видно, результаты практически совпадают. Действующие значения токов есть модули их комплексных значений, а именно:

$$I_1 = \sqrt{7{,}11^2 + 5{,}51^2} = 9 \text{ А}; \quad I_2 = \sqrt{2{,}2^2 + 2{,}84^2} = 3{,}59 \text{ А;}$$

$$I_3 = \sqrt{9{,}31^2 + 2{,}67^2} = 9{,}69 \text{ А.}$$

Составляем баланс активных мощностей.

Активная мощность источника питания

$$P = UI_1 \cos\varphi = 100 \cdot 9 \cdot \cos 37°69' = 712{,}2 \text{ Вт,}$$

где $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - (-37°69') = 37°69'$; $\psi_i = \operatorname{arctg}\dfrac{-5{,}5'}{7{,}11} = -37°69'$.

Активные мощности потребителей:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 9^2 \cdot 6 = 486 \text{ Вт}; \quad P_2 = I_2^2 R_2 = 3{,}59^2 \cdot 3 = 38{,}66 \text{ Вт;}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = 9{,}69^2 \cdot 2 = 187{,}8 \text{ Вт.}$$

В результате

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 486 + 38{,}66 + 187{,}8 = 712{,}46 \text{ Вт.}$$

Значит, баланс мощностей также выполняется. Следовательно, расчеты выполнены правильно. Строим векторную диаграмму, откладывая в масштабе комплексной плоскости векторы токов и напряжений (рис. 11.7) в соответствии с первым и вторым законами Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3; \quad \dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2.$$

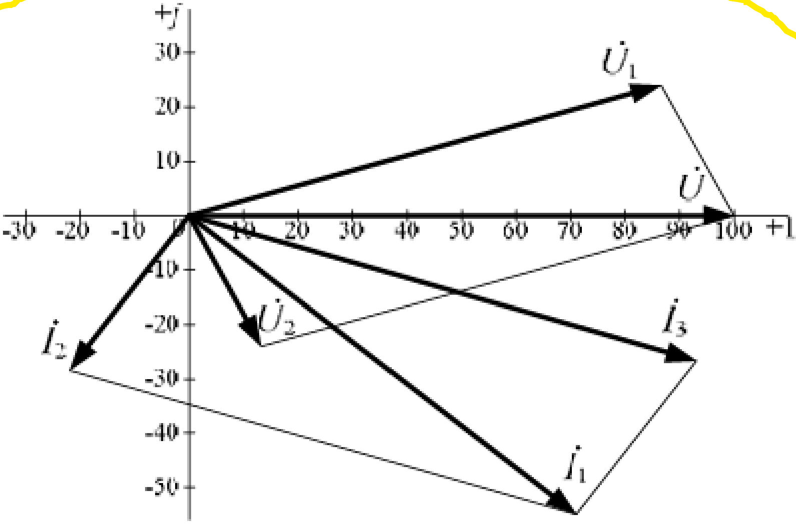

Рис. 11.7. Векторная диаграмма токов и напряжений