

75-76 Расчёт сложных цепей синусоидального тока

11.3. Расчет сложных цепей синусоидального тока

Символический метод особенно эффективен при анализе сложных цепей. Поскольку все методы расчета подобных цепей (метод контурных токов, узловых напряжений и др.) базируются на законах Ома и Кирхгофа, то эти методы могут быть использованы и при комплексной форме с заменой соответствующих величин их комплексными значениями. Проиллюстрируем это на примере расчета электрической цепи (рис. 11.8) методом двух узлов.

Под методом двух узлов понимают метод расчета электрических цепей, где за искомое принимают напряжение между двумя узлами схем, с помощью которого затем определяют токи ветвей.

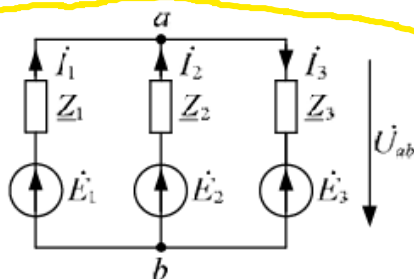


Рис. 11.8. Схема электрической цепи с двумя узлами

Чтобы получить расчетную формулу этого метода, рассмотрим пример, схема электрической цепи которого приведена на рисунке 11.8. Определим напряжение между двумя узлами U_{ab} , воспользовавшись методом узловых потенциалов. Примем $\phi_b = 0$, тогда уравнение будет иметь следующий вид:

$$\dot{\phi}_a \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) - \dot{\phi}_b \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \dot{E}_1 \frac{1}{Z_1} + \dot{E}_2 \frac{1}{Z_2} + \dot{E}_3 \frac{1}{Z_3},$$

или

$$\dot{\phi}_a (Y_1 + Y_2 + Y_3) - \dot{\phi}_b (Y_1 + Y_2 + Y_3) = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3.$$

Поскольку $\dot{U}_{ab} = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b = \dot{\phi}_a$, то напряжение

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}.$$

В общем случае

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\sum \dot{E}_k Y_k}{\sum Y_k}. \quad (11.1)$$

Расчет цепи методом двух узлов осуществляют в такой последовательности. Задают условное положительное направление напряжения между двумя узлами и рассчитывают его, используя расчетную формулу (11.1). Затем задают положительные направления токов в ветвях и обозначают их на схеме. По закону Ома для участка цепи с ЭДС определяют токи в ветвях:

$$\dot{I}_k = \frac{\pm \dot{U}_{ab} \pm \dot{E}_k}{Z_k} = (\pm \dot{U}_{ab} \pm \dot{E}_k) Y_k.$$

При этом \dot{U}_{ab} и \dot{E}_k принимают положительными, если их направления в схеме совпадают с принятым направлением искомого тока \dot{I}_k .

Так, для цепи (см. рис. 11.8) уравнения для определения токов в ветвях имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_1}{Z_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_2}{Z_2}; \quad \dot{I}_3 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_3}{Z_3}.$$

Результаты расчета токов проверяют по первому закону Кирхгофа.

Пример 11.3. Для схемы 11.8 определить токи в цепи и построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений если $E_1=220$ В; $E_2 = 220e^{-j120^\circ}$; $E_3 = 220e^{j120^\circ}$; $Z_1 = R_1 = 10$ Ом; $Z_2 = jX_L = j10$ Ом; $Z_3 = -jX_C = -j10$ Ом.

Нагрузка одинаковая по модулю и имеющая различный характер.

Напряжение между узлами **a** и **b** по методу двух узлов

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \frac{\frac{E_1}{R} + \frac{E_2}{jX_L} + \frac{E_3}{-jX_C}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C}} = \frac{\frac{220}{10} + \frac{220e^{-j120^\circ}}{j10} + \frac{220e^{j120^\circ}}{-j10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{-j10}} = \\ &= \frac{22 + 22e^{j150^\circ} + 22e^{-j150^\circ}}{0,1} = 220 - 190 + j110 - 190 - j110 = -160\text{В} \end{aligned}$$

Напряжения на элементах нагрузки:

$$\underline{U}_1 = E_1 - \underline{U}_{ab} = 220 - (-160) = 380 \text{ В};$$

$$\underline{U}_2 = E_2 - \underline{U}_{ab} = -110 - j190 - (-160) = 50 - j190 \text{ В};$$

$$\underline{U}_3 = E_3 - \underline{U}_{ab} = -110 + j190 - (-160) = 50 + j190 \text{ В}.$$

Токи в элементах нагрузки:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 / R = 380 / 10 = 38 \text{ А};$$

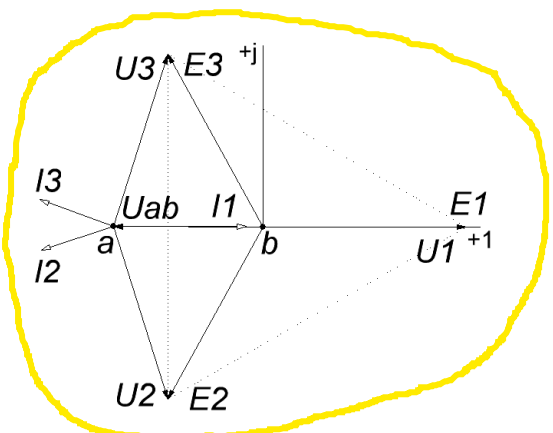
$$\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / jX_L = (50 - j190) / j10 = -19 - j5 \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_3 / -jX_C = (50 + j190) / -j10 = -19 + j5 \text{ А}.$$

Проверяем расчёт по первому закону Кирхгофа $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 38 - 19 - j5 - 19 + j5 = 0$

Ток протекает по всем источникам, но мощность выделяется только в нагрузке источника E_1 резисторе R . Энергия источников E_2 и E_3 переносится туда.

На векторной диаграмме видно, что точка **a** смещена влево от начала координат, напряжение U_1 совпадает по фазе с ЭДС E_1 и больше него на величину U_{ab} , напряжение U_2 меньше чем ЭДС E_2 и имеет другую фазу, напряжение U_3 меньше чем ЭДС E_3 и имеет другую фазу,





Вопросы и задачи для самоконтроля

1. Сформулируйте закон Ома, законы Кирхгофа в комплексной форме.

2. Запишите, как определяются действующие значения токов, напряжений по их комплексным значениям.

3. Определите токи ветвей со смешанным соединением элементов (рис. 11.9), если в неразветвленной части схемы включен конденсатор емкостью $C = 33,2 \text{ мкФ}$, а в параллельных ветвях соответственно активное сопротивление $R = 10 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 5,97 \text{ мГн}$. Напряжение источника $U = 100 \text{ В}$, частота $f = 400 \text{ Гц}$.
Ответ: $I = 6,88 \text{ А}$; $I_R = 8,23 \text{ А}$; $I_L = 5,49 \text{ А}$.

4. Используя метод двух узлов, определите ток через сопротивление Z_3 , если $\dot{E}_1 = 80 \text{ В}$, $\dot{E}_2 = 30 \text{ В}$, $\underline{Z}_1 = -j10 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_2 = 5 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_3 = j10 \text{ Ом}$.
Ответ: 5 А .

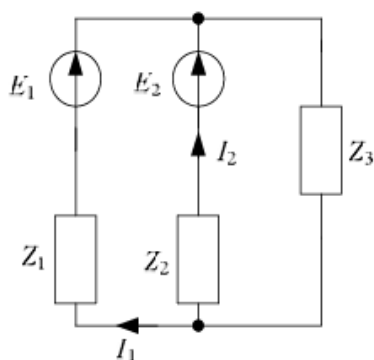


Рис. 11.9