

103-104 Переходные процессы в электрических цепях с ёмкостью

Коммутация это переключение электрических соединений в устройствах автоматики, электроэнергетики, электросвязи и т. д. Как правило, коммутация сопровождается переходными процессами, возникающими вследствие перераспределения токов и напряжений. При коммутации электрическая цепь переходит из одного состояния в другое и, если цепь содержит накопители энергии, то они затягивают процесс перехода, причём конденсаторы и могут создать сверхтоки, а катушки индуктивности – перенапряжения.

Классический метод расчёта переходных процессов заключается в определении начального и принуждённого значения тока и напряжения, а также показателя экспонент, по которым эти токи (напряжения) переходят от начального значения к принуждённому. Порядок уравнения определяется количеством накопителей энергии (ёмкостей и индуктивностей); решение записывается в виде суммы свободных составляющих (экспонент) и принуждённой составляющей (на постоянном токе – константы). Для определения показателя экспонент дифференциальное уравнение алгебраизируют, т. е. заменяют характеристическим по определённым правилам: – переменную заменяют на единицу 1; производную на показатель p , а постоянный член на ноль, а затем находят корни характеристического уравнения.

При коммутации конденсатора можно наблюдать скачки тока, а при коммутации индуктивной катушки – скачки напряжения, однако **энергия, накопленная в ёмкости или индуктивности, не может измениться мгновенно**; отсюда вытекают два закона коммутации, которые используют как начальные условия для определения коэффициентов при экспонентах:

- 1 Ток в катушке индуктивности непосредственно сразу после коммутации равен току перед коммутацией.**
- 2 Напряжение на обкладках конденсатора непосредственно сразу после коммутации равно напряжению перед коммутацией.**

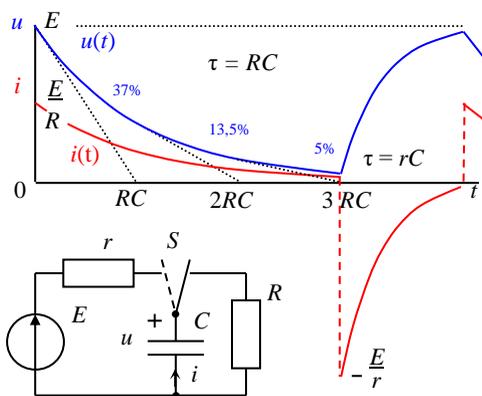
Порядок расчёта переходных процессов классическим методом:

- 1 Рассчитать начальные (до коммутации) и принуждённые (после коммутации) значения токов и напряжений.
- 2 Составить дифференциальное уравнение; решить соответствующее характеристическое уравнение; определить корни а по ним и характер переходного процесса.
- 3 Записать результат в виде суммы свободной составляющей, форма которой зависит от вида корней, и принуждённой составляющей.
- 4 С помощью законов коммутации найти значения коэффициентов.

Дальнейшим развитием методики расчёта переходных процессов является **операторный метод**, основанный на замене (по определённым правилам) функций времени и параметров элементов электрических цепей на их изображения – функции комплексной переменной p (преобразование Лапласа). Далее, путём алгебраических расчётов с применением комплексных чисел, находят изображения искомых токов и/или напряжений, а затем, с помощью обратного преобразования Лапласа, записывают эти токи и/или напряжения как функции времени.

Переходный процесс при разрядке конденсатора на резистор

Зарядим конденсатор C от источника E до напряжения $u = E$ и, с помощью переключателя S , подключим к резистору R . Ток разрядки i



представляет собой скорость уменьшения заряда

$$i = -dq/dt = -C du/dt.$$

По закону Ома $u = R i$, следовательно

$$u = -RC du/dt.$$

Преобразуем уравнение в вид, удобный для интегрирования $du/u = -dt/RC$ и проинтегрируем; получим

$$\ln u = -t/RC + const.$$

Рисунок 1 Графики разрядки и зарядки конденсатора

Выполним операцию потенцирования (восстановления функции из её логарифма)

$$u = e^{-t/RC} e^{const}$$

Константу определим из начальных условий, в момент $t=0$ напряжение конденсатора $u_{(0)} = E$, а $e^0 = 1$; следовательно, $e^{const} = E$.

Таким образом, напряжение конденсатора убывает во времени по экспоненте: $u = E e^{-t/RC}$. Произведение RC является **постоянной времени** и обозначается буквой τ . За время τ напряжение убывает в $e \approx 2,72$ раза (до 37%), за 2τ в $e^2 \approx 7,4$ раза (до 13.5%), за 3τ в $e^3 \approx 20$ раз (до 5%) и т. д.

В зависимости от точности расчёта считают, что переходный процесс заканчивается за время $3...5 \tau$.

Показатель экспоненты записывают как $-t/\tau$; следовательно $u = E e^{-t/\tau}$.

Определим ток разрядки $i = -Cdu/dt = (-CE/-RC)e^{-t/RC} = (E/R) e^{-t/\tau}$.

Ток разрядки уменьшается по экспоненте с той же постоянной времени $\tau = RC$, что и у напряжения. Начальное значение силы тока не зависит от ёмкости конденсатора.

Рассмотрим влияние ёмкости C и сопротивления R на вид графиков:

–при увеличении ёмкости $C \uparrow$ постоянная времени возрастает $\tau \uparrow$, графики напряжения и тока растягиваются в горизонтальном направлении, $u \rightarrow$; $i \rightarrow$;

–при $C \downarrow$ $\tau \downarrow$, графики сжимаются по горизонтали: $u \leftarrow$; $i \leftarrow$;

–при увеличении $R \uparrow$ $\tau \uparrow$, график напряжения растягивается $u \rightarrow$, а график тока растягивается в горизонтальном, но одновременно сжимается в вертикальном направлении, $i \downarrow \rightarrow$;

–при уменьшении $R \downarrow$ $\tau \downarrow$, $u \leftarrow$, $i \uparrow \leftarrow$; в пределе при $R \downarrow_0$ $\tau \downarrow_0$, $i \uparrow^\infty$.

Если разрядное сопротивление стремится к нулю, ток стремится к бесконечности. Образуется импульс сверхтока. При коротком замыкании выводов заряженного конденсатора энергия, запасённая в конденсаторе, излучается в виде электромагнитного всплеска, который, передаваясь по воздуху, может вызвать сбой в работе расположенных рядом электронных устройств.

Сверхтоки, возникающие при коротком замыкании конденсатора, могут нарушить работу коммутационных устройств – приварить замыкающие контакты. Разрядку батареи конденсаторов используют для контактной точечной сварки изделий из тонких листов металла.

Разрядка конденсатора не случайно описывается показательной функцией времени – экспонентой. Это **естественный** график рассеяния энергии в линейной системе, показателем является **натуральный** логарифм напряжения и/или тока. Экспоненты получаются как результат решения линейных дифференциальных уравнений, в которых скорость изменения энергии накопителей (емкостей и индуктивностей) пропорциональна запасам этой энергии.

Зарядка конденсатора C через резистор r от источника E

Переключим S (рис. 1) влево, направление тока i будем условно считать прежним, $i = -C du/dt$. При этом напряжение конденсатора будет $u = E + r i = E - rC du/dt$. Алгебраизируем дифференциальное уравнение, заменяя: производную du/dt на показатель p , переменную u на единицу 1, а постоянный член E на ноль. Получим характеристическое уравнение $1 = -rCp$, корень которого $p = -1/rC$. Решение будем искать в виде суммы свободной составляющей (экспоненты) и принуждённой составляющей (константы):

$$u = A e^{pt} + const.$$

Для определения константы воспользуемся конечными условиями:

– при $t \rightarrow \infty$ $e^{-\infty} = 0$, $u_{(\infty)} = E$; $const = u_{(\infty)} = E$.

Для определения коэффициента A воспользуемся начальными условиями:

– при $t = 0$ $e^0 = 1$; $u_{(0)} = 0$; $0 = A + E$; $A = -E$.

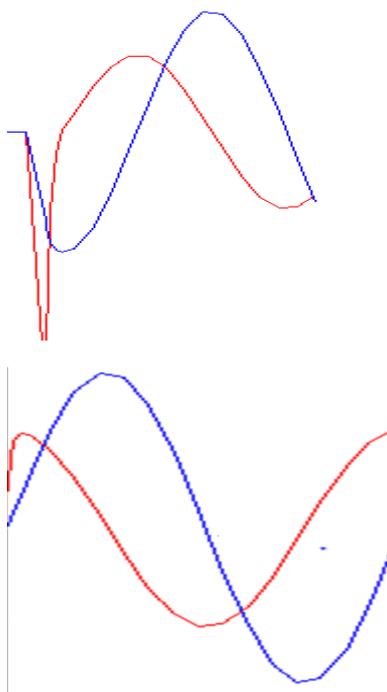
Запишем выражения напряжения и тока как показательные функции времени:

$$u = E - E e^{pt} = E(1 - e^{-t/\tau}); \quad i = -Cdu/dt = [(-C)(-E)/(-rC)]e^{-t/\tau} = (-E/r) e^{-t/\tau}.$$

Постоянная времени зарядки $\tau = rC$. Напряжение при зарядке конденсатора плавно возрастает от 0 до ЭДС источника E , отклонение от которой уменьшается по экспоненте. Ток имеет знак «–», он направлен навстречу напряжению конденсатора, следовательно, увеличивает заряд. Сила тока плавно уменьшается по экспоненте от начального значения $-E/r$ до 0.

При уменьшении зарядного сопротивления r ток зарядки возрастает; в случае подключения конденсатора непосредственно к источнику ($r = 0$), импульс зарядного сверхтока тока может повредить источник или нарушить работу других устройств, питаемых от этого источника, а также может приварить замыкающие контакты.

Подключение конденсатора к источнику переменного напряжения



Переходный процесс зависит от фазы напряжения источника в момент подключения. Как видно из верхней осциллограммы, подключение конденсатора произошло в момент, когда отрицательная полуволна напряжения источника имела максимальное значение, поэтому наблюдался пик тока. Затем наступает установившийся (принуждённый) режим с синусоидальным током и напряжением, которое отстаёт по фазе от тока на 90° . Если подгадать момент подключения конденсатора к переходу напряжения источника через 0, можно избежать пика тока, что и делается с помощью полупроводниковых коммутаторов.

Такой режим коммутации является наиболее комфортным как для коммутирующего устройства, так и для источника. При нём не наблюдается излучения энергии в виде радиопомех. Отключение конденсатора также производится в момент перехода питающего напряжения через 0, что позволяет избежать остаточного заряда на нём.