101-102 Переходные процессы: причины, законы коммутации, методы расчёта.

18.1. Причины возникновения переходных процессов. Законы коммутации

Переходный процесс в электрической цепи – это электромагнитный процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому. Режим, при котором ЭДС, напряжения и токи в цепи являются постоянными или периодическими, называют установившимся. Начало переходного процесса – это момент коммутации в электрической цепи (отключение, подключение цепи к источнику внешнего питания, отключение или подключение отдельных элементов или участков цепи, короткое замыкание).

Переходные процессы в электрической цепи возникают, если в ней имеются индуктивные или емкостные элементы, обладающие способностью запасать и отдавать энергию магнитного или электрического поля. В момент коммутации (начало переходного процесса) происходит перераспределение энергии между индуктивными, емкостными элементами цепи как между собой, так и с внешними источниками энергии, подключенными к цепи. В случаях отключения от внешних источников питания переходный процесс возникает за счет энергии электромагнитного поля, накопленной до начала коммутации в индуктивных и емкостных элементах цепи. Запасенная в индуктивной катушке или электрическом конденсаторе энергия безвозвратно преобразуется в другие виды энергии (например, в тепловую на активном сопротивлении) или перераспределяется между индуктивным и емкостным элементами.

После окончания переходного процесса наступает новый установившийся режим, который определяется только внешними источниками энергии. Изменения энергии магнитного и электрического полей не могут происходить мгновенно, и, следовательно, не могут мгновенно протекать электромагнитные процессы в момент коммутации. Скачкообразное (мгновенное) изменение энергии в индуктивном или емкостном элементе приводит к необходимости иметь бесконечно большую мгновенную мощность $p = dW/dt$, что практически невозможно, ибо в реальных электрических цепях бесконечно большой мощности не существует.

Таким образом, переходные процессы не могут протекать мгновенно. С точки зрения математики переходные процессы заканчиваются за время, равное бесконечности ($t = \infty$). Практически же переходные процессы являются быстропротекающими, и их длительность обычно составляет доли секунды. Так как энергия магнитного $W_м$ и электрического $W_э$ полей описывается выражениями

$$W_м = \frac{Li^2}{2},\ W_э = \frac{Cu^2}{2},$$

ток в индуктивности и напряжение на емкости не могут изменяться мгновенно. На этом основаны законы коммутации.

Первый закон коммутации: ток в ветви с индуктивным элементом в начальный момент времени после коммутации имеет то же значение, какое он имел непосредственно перед коммутацией, а затем изменяется именно с этого значения. Первый закон коммутации записывают в следующем виде:

$$i_L(0) = i_L(0_-) = i_L(0_+),$$

считая, что коммутация происходит мгновенно в момент $t = 0$.

Аналогично первый закон коммутации записывается и для потокосцепления Ψ: $\Psi(0) = \Psi(0_-) = \Psi(0_+)$. То есть магнитный поток, сцепленный с витками катушки (потокосцепление), в момент коммутации сохраняет то значение, которое имел до коммутации, и начинает изменяться именно с этого значения.

Второй закон коммутации: напряжение на емкостном элементе в начальный момент после коммутации имеет то же значение, какое оно имело непосредственно перед коммутацией, а затем изменяется именно с этого значения. Второй закон коммуникации записывают в следующем виде:

$$u_C(0) = u_C(0_-) = u_C(0_+).$$

Второй закон коммутации можно сформулировать и через электрический заряд на конденсаторе. Электрический заряд на конденсаторах, присоединенных к любому узлу, в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел до коммутации, и начинает изменяться именно с этого значения:

$$q(0) = q(0_-) = q(0_+).$$

В электрических цепях с резистивными элементами энергия электромагнитного поля не запасается. В результате в них переходные процессы не возникают, т. е. в таких цепях стационарные режимы устанавливаются мгновенно, скачком. В действительности любая электрическая цепь обладает каким-то сопротивлением R, индуктивностью L и электрической емкостью C за счет проводов, воздушных или кабельных линий. В реальных электротехнических устройствах существуют тепловые потери, обусловленные прохождением тока и наличием сопротивления R, а также магнитные и электрические поля.

Переходные процессы в реальных электротехнических устройствах можно ускорять или замедлять путем подбора соответствующих параметров элементов цепей, а также за счет применения специальных устройств.

18.2. Классический метод расчета переходных процессов

Существует ряд методов расчета переходных процессов. Рассмотрим наиболее применяемый – классический метод расчета.

Классический метод расчета переходных процессов заключается в решении дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе. В общем случае при использовании классического метода расчета составляются уравнения электромагнитного состояния цепи после коммутации по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов, связанных между собой на отдельных элементах цепи соотношениями, приведенными в таблице 18.1.

Таблица 18.1

Связь мгновенных значений напряжений и токов на элементах электрической цепи

Резистор (идеальное активное сопротивление)	Катушка индуктивности (идеальная индуктивность)	Конденсатор (идеальная электрическая емкость)
$u_R = Ri_R$	$u_L = L\dfrac{di_L}{dt}$; при наличии магнитной связи с катушкой, обтекаемой током i_M, $u_L = L\dfrac{di_L}{dt} \pm M\dfrac{di_M}{dt}$	$u_C = C\dfrac{du_C}{dt}$; $u_C = \dfrac{1}{C}\int i_C dt$

Переходные процессы анализируют путем решения дифференциальных уравнений, составленных для исследуемой электрической цепи после коммутации на основе законов Кирхгофа или метода контурных токов. При анализе переходных процессов в электрических цепях считается, что:

1) коммутация происходит мгновенно (рубильники, контакторы включаются и размыкаются мгновенно, без возникновения электрической дуги);

2) время переходного процесса с математической точки зрения бесконечно длительное, его ограничивают условным пределом – длительностью переходного процесса;

3) установившийся режим после коммутации рассчитывают при теоретическом условии $t = \infty$, т. е. когда после коммутации прошло бесконечно большое время.

Поскольку общее решение неоднородного дифференциального уравнения равно сумме частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения, то переходный ток равен сумме двух составляющих токов установившегося (принужденного) и свободного режимов:

$$i(t) = i_{у} + i_{св}.$$

Аналогично переходное напряжение $u_C(t) = u_{C_{у}} + u_{C_{св}}$.

Расчет токов и напряжений установившегося режима в цепи после коммутации выполняют обычными методами, которые используют при анализе цепей постоянного и переменного токов.

Следует помнить, что при действии в цепи источника постоянного напряжения в установившемся режиме ток через емкостный элемент C не течет, т. е. $i_{C_y} = 0$, поскольку сопротивление конденсатора при постоянном токе равно бесконечности. Падение напряжения на индуктивном элементе L при неизменном во времени токе равно нулю, т. е. $u_{L_y} = 0$, так как сопротивление катушки равно нулю.

При действии в цепи источника синусоидального напряжения расчет установившихся токов и напряжений можно выполнить комплексным методом.

Общее решение однородного дифференциального уравнения первого порядка дает ток (или напряжение) свободного режима: $i_{св} = Ae^{pt}$, где A – постоянная интегрирования; p – корень характеристического уравнения.

Как известно из математики, характеристическое уравнение дифференциального уравнения n-го порядка составляют при помощи алгебраизации соответствующего однородного уравнения. Например, имеем однородное дифференциальное уравнение вида

$$a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 i = 0. \qquad (18.1)$$

После замены символа дифференцирования $\frac{d}{dt}$ на символ p и сокращения правой и левой частей уравнения на i $(i \neq 0)$ получаем характеристическое уравнение:

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Постоянную интегрирования A находят из начальных условий, т. е. путем подстановки в решение для переходного тока $i = i_y + i_{св}$ значения времени $t = 0$ и значения тока $i(0)$ в момент коммутации:

$$i(0) = i_y(0) + A.$$

Значения токов в индуктивных элементах и напряжений на емкостных элементах в момент коммутации определяют на основании законов коммутации из схемы до коммутации.

18.3. Начальные условия

В соответствии с определением свободной составляющей $i_{св}(u_{C_{св}})$ в ее выражении имеют место постоянные интегрирования A_k, число которых равно порядку дифференциального уравнения. Постоянные интегрирования находят из начальных условий, которые принято делить на независимые и зависимые. Начальные условия – значения переходных токов и напряжений при $t = 0_+$.

Независимые начальные условия – значения тока в индуктивном элементе $i_L(0)$ и напряжения на емкостном элементе $u_C(0)$ в момент коммутации ($t = 0_+$), определяемые по законам коммутации.

Зависимые начальные условия – значения токов и напряжений в момент коммутации ($t = 0_+$), определяемые по законам Кирхгофа для схемы цепи, образованной после коммутации, с учетом независимых начальных условий.

К независимым начальным условиям относятся потокосцепление (ток) для катушки индуктивности и заряд (напряжение) на конденсаторе в момент времени $t = 0_+$ (момент коммутации). Независимые начальные условия определяются на основании законов коммутации.

Пример 18.1. В цепи, приведенной на схеме (рис. 18.1), определить напряжение на конденсаторе и токи i_1, i_2, i_3 в момент коммутации. Конденсатор до коммутации не был заряжен.

Решение. Поскольку до коммутации правая ветвь цепи была разомкнута, ток протекал через резисторы R_1, R_2 и катушку индуктивности ($i_1 = i_2$).

В соответствии с первым и вторым законами коммутации запишем

$$i_2(0) = \frac{U_0}{R_1 + R_2}; \quad u_C(0) = 0.$$

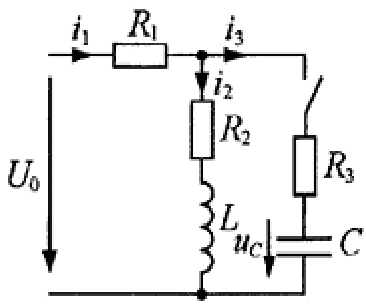

Рис. 18.1

Для внешнего контура схемы после коммутации имеет место следующее выражение в момент времени $t = 0$:

$$R_1(i_2(0)+i_3(0))+R_3 i_3(0)+u_C(0)=U_0.$$

Тогда $i_3(0)=\dfrac{U_0-R_1(0)i_2(0)}{R_1+R_2}$ и, согласно первому закону Кирхгофа, $i_1(0)=i_2(0)+i_3(0)$.

18.4. Корни характеристического уравнения. Постоянная времени

Выражение свободной составляющей $i_{св}(u_{C_{св}})$ общего решения дифференциального уравнения (18.1) определяется видом корней характеристического уравнения (табл. 18.2). Обозначим ее $x_{св}$.

Таблица 18.2

Выражения свободных составляющих общего решения дифференциального уравнения

Вид корней характеристического уравнения	Выражение свободной составляющей
Корни $p_1, p_2, \ldots, p_k$ – вещественные отрицательные числа	$x_{св}=\sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t}$
Корни – комплексно-сопряженные пары $p_1=-\delta+j\omega$; $p_2=-\delta-j\omega$	$x_{св}=Ae^{-\delta t}\sin\ (\omega t+\theta)$

Примечание. Поскольку в линейной цепи со временем свободная составляющая затухает, вещественные части корней характеристического уравнения не могут быть положительными. При вещественных корнях свободная составляющая тока или напряжения монотонно затухает, и имеет место *апериодический переходный процесс*. Наличие пары комплексно-сопряженных корней обусловливает появление затухающих синусоидальных колебаний (*колебательный переходный процесс*). Поскольку физически колебательный процесс связан с периодическим обменом энергией между магнитным полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора, комплексно-сопряженные корни могут иметь место только для цепей, содержащих оба типа накопителей.

Важной характеристикой при исследовании переходных процессов является постоянная времени τ, определяемая как

$$\tau = \frac{1}{|p_{min}|},$$

где p_{min} – наименьший корень характеристического уравнения.

Постоянную времени можно интерпретировать как временной интервал, в течение которого свободная составляющая уменьшится в e раз по сравнению со своим начальным значением. Теоретически переходный процесс длится бесконечно долго. Однако на практике считается, что он заканчивается при $t = (3–4)\tau$.