

13 Параллельное и смешанное соединение резисторов

При параллельном соединении резисторов складываются их проводимости и токи. Параллельное соединение применяется для электроснабжения, однако обычно потребители находятся на некотором расстоянии от источника, поэтому следует учитывать сопротивление проводов. Это приводит к схеме смешанного соединения. При известном токе I токи в двух параллельных ветвях с сопротивлениями R_1 и R_2 могут быть получены по **формулам**

разброса $I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, $I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$. Ток в одной из двух

параллельных ветвей равен току неразветвлённой части цепи, умноженному на сопротивление другой ветви и делённому на сумму сопротивлений ветвей.

4.4. Параллельное соединение резистивных элементов

Параллельно соединённые резисторы присоединены к одной паре узлов и находятся под одним и тем же напряжением.

Приемники электрической энергии, представленные на схеме рисунка 4.6, *а* сопротивлениями R_1, R_2, R_3 , и источник электрической энергии E с внутренним сопротивлением $R_{вт}$ подключены к одной паре узлов (точки А и Б).



Параллельно в схеме (рис. 4.6, *а*) соединены только резисторы R_1, R_2, R_3 . Для вывода формулы расчета эквивалентного сопротивления $R_э$ параллельно соединённых резисторов запишем уравнение токов для узла А, используя первый закон Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (4.13)$$

Токи в приемниках запишем в соответствии с законом Ома:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3},$$

где $\frac{1}{R_1} = g_1$; $\frac{1}{R_2} = g_2$; $\frac{1}{R_3} = g_3$ — проводимости резисторов R_1, R_2, R_3 .

Уравнение (4.13) принимает следующий вид:

$$I = Ug_1 + Ug_2 + Ug_3 = U(g_1 + g_2 + g_3). \quad (4.14)$$

Разделив уравнение (4.14) на U , получим

$$\frac{I}{U} = g_1 + g_2 + g_3.$$

Отношение $\frac{I}{U}$ есть эквивалентная проводимость g_3 , соответствующая общему току цепи и общему напряжению:

$$g_3 = g_1 + g_2 + g_3. \quad (4.15)$$

Этот вывод можно распространить на любое число n параллельно соединенных приемников:

$$g_3 = \sum_1^n g_n. \quad (4.16)$$

При параллельном соединении резистивных элементов эквивалентная (общая) проводимость между двумя узлами равна сумме проводимостей всех резистивных элементов.

Эквивалентное сопротивление при параллельном соединении резисторов определяется из равенства

$$R_3 = \frac{1}{g_3}. \quad (4.17)$$

Очень часто встречается параллельное соединение двух резисторов. В таком случае эквивалентная проводимость определяется по формуле

$$g_3 = g_1 + g_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2},$$

а эквивалентное сопротивление

$$R_3 = \frac{1}{\mathcal{G}_3} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (4.18)$$

Уравнение (4.18) для двух параллельно соединенных резисторов легко запоминается, но для большего числа параллельно соединенных резисторов выражения для R_3 получаются более сложными, и в этом случае рекомендуется пользоваться уравнениями (4.16) и (4.17).

В частном случае, когда сопротивления n резисторов, соединенных параллельно, одинаковые, т. е. $R_n = R$, получим

$$R_3 = \frac{R}{n}.$$

Для схемы, представленной на рисунке 4.6, а, используя уравнения (4.15) и (4.17), получаем

$$R_y = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}.$$

Схема на рисунке 4.6, б, полученная после замены трех сопротивлений приемников одним эквивалентным, представляет собой простейшую электрическую цепь. Ток в этой схеме, равный току в неразветвленной части (рис. 4.6, а), определяется по формуле (3.8):

$$I = \frac{E}{R_{\text{вн}} + R_3}.$$

Целью расчета электрической цепи является не только определение общего тока, но и тока в каждой ветви.

Если заданы ЭДС и все сопротивления, то после расчета общего тока I нужно определить напряжение U между узловыми точками и токи в ветвях по закону Ома:

$$U = IR_3; \quad I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

При известном токе I токи в двух параллельных ветвях с сопротивлениями R_1 и R_2 могут быть получены по **формулам разброса**

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (11)$$

Ток в одной из двух параллельных ветвей равен току неразветвлённой части цепи, умноженному на сопротивление другой ветви и делённому на сумму сопротивлений ветвей.

Смешанное соединение резисторов

Параллельное соединение применяется для электроснабжения, однако обычно потребители находятся на некотором расстоянии от источника, поэтому следует учитывать сопротивление проводов. В простейшем случае питания двух потребителей по одной линии учёт сопротивления проводов приводит к схеме смешанного соединения резисторов, приведенной на рисунке 1.

Пример 1. Дано: $U = 11$ В; $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом.

Найти токи во всех резисторах и проверить баланс мощностей.

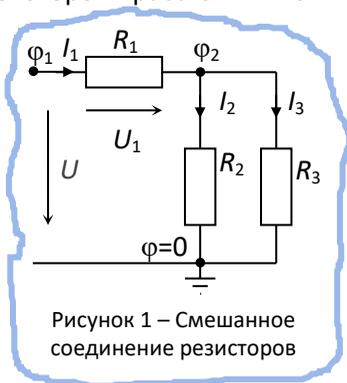


Рисунок 1 – Смешанное соединение резисторов

1 Определим эквивалентное сопротивление:

$$R = R_1 + R_2 // R_3 = 1 + \frac{1}{1/2 + 1/3} = 1 + \frac{1}{5/6} = 2,2 \text{ Ом.}$$

2 Общий ток

$$I_1 = U / R = 11 / 2,2 = 5 \text{ А.}$$

3 Напряжение на первом резисторе

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 1 \cdot 5 = 5 \text{ В.}$$

4 Потенциал точки 2

$$\varphi_2 = \varphi_1 - U_1 = U - R_1 \cdot I_1 = 11 - 5 = 6 \text{ В.}$$

5 Токи второго и третьего резисторов

$$I_2 = \varphi_2 / R_2 = 6 / 2 = 3 \text{ А; } I_3 = \varphi_2 / R_3 = 6 / 3 = 2 \text{ А.}$$

6 Проверим баланс поступающей P_{Σ} и потребляемых ΣP_i мощностей:

$$P_{\Sigma} = U \cdot I = 11 \cdot 5 = 55 \text{ Вт;}$$

$$\begin{aligned} \Sigma P_i &= \Sigma R_i I_i^2 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2 = \\ &= 25 + 18 + 12 = 55 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Рассчитать токи второго и третьего резисторов можно и с помощью формул разброса:

$$I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3}.$$

Ток $I_2 = 5 \cdot 3 / (2 + 3) = 3$ А. Ток $I_3 = 5 \cdot 2 / (2 + 3) = 2$ А.