

25 Расчёт по методу контурных токов

Метод контурных токов позволяет уменьшить число уравнений, составляемых для расчёта токов в ветвях. За неизвестные принимают условные токи, которые как бы циркулируют в контурах схемы.

Контурные токи направляются по часовой стрелке. Для каждого контурного тока составляется уравнение по 2 закону Кирхгофа – алгебраическая сумма падений напряжений на элементах контура равна алгебраической сумме действующих в этом контуре ЭДС. Сумма падений напряжений особая, так как суммируются падение напряжения от протекания контурного тока по собственным сопротивлениям контура и добавки от протекания соседних токов по общим сопротивлениям. Эти добавки берутся со знаком « – », потому что в общих сопротивлениях контуров контурные токи текут во встречных направлениях.

Число уравнений равно числу независимых контуров в схеме.

Каждое уравнение содержит падение напряжения от протекания контурного тока по собственному сопротивлению контура, добавки от соседних контурных токов и свободные члены – алгебраическую сумму ЭДС в контуре.

В каноническом виде система уравнений по методу контурных токов для схемы, содержащей три контура выглядит так:

$$I_{11}R_{11} - I_{22}R_{12} - I_{33}R_{13} = E_{11};$$

$$- I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} - I_{33}R_{23} = E_{22};$$

$$- I_{11}R_{31} - I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} = E_{33}.$$

Здесь $I_{11}; I_{22}; I_{33}$ – контурные токи, направляются по часовой стрелке.

$R_{11}; R_{22}; R_{33}$ – собственные сопротивления контуров – суммы всех сопротивлений, входящих в контур.

$R_{12} = R_{21}; R_{13} = R_{31}; R_{23} = R_{32}$ – общие сопротивления контуров; так как контурные токи в них текут встречно, они берутся со знаком « – ».

$E_{11}; E_{22}; E_{33}$ – свободные члены – контурные ЭДС (алгебраическая сумма ЭДС действующих в контуре с учётом направления).

Матрица коэффициентов симметрична относительно главной оси, коэффициенты которой положительны. Остальные коэффициенты (добавок) отрицательны.

Система решается матричным методом с помощью определителей.

Рекомендуется для решения системы уравнений набрать в поисковике телефона «Решить СЛАУ», выбрать «Онлайн калькулятор».

Решение системы линейных уравнений...», заполнить матрицу коэффициентов и свободных членов, нажать «решить систему уравнений», долистать до ответов в виде дробей, перевести их в десятичные числа и таким образом найти контурные токи.

После определения контурных токов находят реальные токи в ветвях. В тех ветвях, где протекает один контурный ток, он равен контурному. В тех ветвях, где протекает два контурных тока, реальный ток равен их разности.

Решение следует проверить, составив баланс мощностей – сумма мощностей источников равна сумме мощностей потребителей.

$$\sum \pm E I = \sum I^2 R.$$

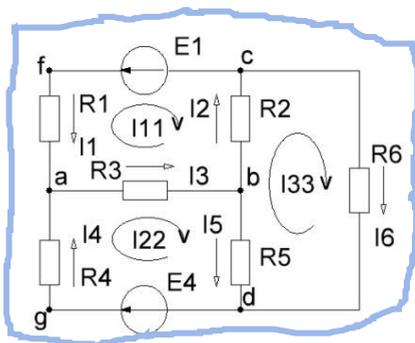
Почему при мощностях источников стоит знак \pm ? Потому что если ток источника направлен навстречу ЭДС, то источник не вырабатывает, а потребляет энергию, например при зарядке аккумулятора.

Пример задачи 2 КП. Расчёт сложной цепи постоянного тока.

Дано: $E_1=12$ В; $E_4=9$ В; $R_1=2$ Ом; $R_2=4$ Ом; $R_3=5$ Ом; $R_4=1$ Ом; $R_5=3$ Ом; $R_6=6$ Ом.

1

2 Обозначить контурные токи и составить систему уравнений по методу контурных токов. Решить систему. Определить реальные токи.



3 Проверить баланс мощностей.

2 Обозначим контурные токи и составим систему уравнений по методу контурных токов. Подставим числа.

$$(R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} - R_2I_{33} = -E_1 \quad 11I_{11} - 5I_{22} - 4I_{33} = -12$$

$$-R_3I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{22} - R_5I_{33} = E_4 \quad -5I_{11} + 9I_{22} - 3I_{33} = 9$$

$$-R_2I_{11} - R_5I_{22} + (R_2 + R_5 + R_6)I_{33} = 0. \quad -4I_{11} - 3I_{22} + 13I_{33} = 0.$$

Решаем систему. Получаем: $I_{11} = -1,007$ А, $I_{22} = 0,366$ А, $I_{33} = -0,225$ А.

Рассчитываем реальные токи: $I_1 = -I_{11} = 1,007$ А. $I_2 = -I_{11} + I_{33} = 1,007 - 0,225 = 0,782$ А. $I_3 = -I_{11} + I_{22} = 1,007 + 0,366 = 1,373$ А. $I_4 = I_{22} = 0,366$ А. $I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,366 + 0,225 = 0,591$ А. $I_6 = I_{33} = -0,225$ А (на самом деле ток идёт вверх).

3 Проверяем баланс мощностей $E_1 I_1 + E_4 I_4 = 12 \cdot 1,007 + 9 \cdot 0,366 = 12,08 + 3,29 = 15,37$ Вт.

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = 2 \cdot 1,007^2 + 4 \cdot 0,782^2 + 5 \cdot 1,373^2 + 1 \cdot 0,366^2 + 3 \cdot 0,591^2 + 6 \cdot (-0,225)^2 = 2,03 + 2,45 + 9,43 + 0,134 + 1,048 + 0,304 = 15,4 \text{ Вт.}$$

Разница составляет 0,2 %, что допустимо. Расчёт выполнен верно.