

29 метод двух узлов

Распространены электрические схемы, содержащие всего два узла (рис. 4.17). В таком случае наиболее рациональным методом расчета токов в них является метод двух узлов. Под *методом двух узлов* понимают метод расчета электрических цепей, в котором за искомое принимают напряжение между двумя узлами схемы, с помощью которого потом определяют токи ветвей.

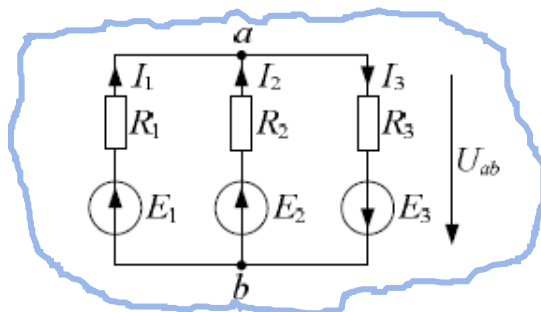


Рис. 4.17. Схема электрической цепи с двумя узлами

Чтобы получить расчетную формулу для применения метода двух узлов, в схеме электрической цепи (см. рис. 4.17) определим напряжение между двумя узлами U_{ab} . Воспользуемся методом узловых потенциалов. Примем $\varphi_b = 0$, тогда уравнение для узла a будет иметь следующий вид:

$$\varphi_a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = E_1 \frac{1}{R_1} + E_2 \frac{1}{R_2} - E_3 \frac{1}{R_3},$$

или

$$\varphi_a (g_1 + g_2 + g_3) = E_1 g_1 + E_2 g_2 - E_3 g_3.$$

Так как $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_a$, то напряжение

$$U_{ab} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 - E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3}.$$

В общем случае

$$U_{ab} = \frac{\sum E_k g_k}{\sum g_k}.$$

Расчет цепи методом двух узлов осуществляют в такой последовательности. Задают условное положительное направление напряжения между двумя узлами и рассчитывают его, используя расчетную формулу (4.33) или (4.34). Затем задают положительные направления токов в ветвях и обозначают их на схеме. По закону Ома для участка цепи с ЭДС определяют токи в ветвях:

$$I_k = \frac{\pm U_{ab} \pm E_k}{R_k} = (\pm U_{ab} \pm E_k) g_k.$$

При этом U_{ab} и E_k принимают положительными, если их направления в схеме совпадают с принятым направлением искомого тока I_k .

Так, для цепи (рис. 4.17) уравнения для определения токов в ветвях имеют следующий вид:

$$I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{-U_{ab} + E_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_{ab} + E_3}{R_3}.$$

Результаты расчета токов проверяют по первому закону Кирхгофа.

Пример 4.5. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 4.18), если $E_1 = 8$ В, $E_3 = 3$ В, $R_1 = R_3 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом.

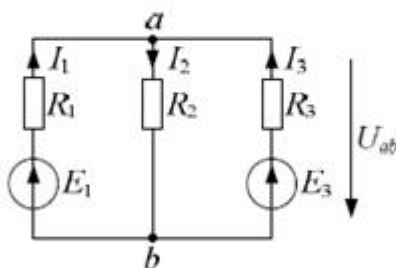


Рис. 4.18

Решение. Задачу решаем методом двух узлов.

Зададим положительное направление напряжения между узлами U_{ab} и обозначим его на схеме. Используя расчетную формулу (4.33) метода двух узлов, определяем напряжение:

$$U_{ab} = \frac{E_1 \frac{1}{R_1} + E_3 \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{8 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = 4,4 \text{ В.}$$

Приняв произвольно направления токов в ветвях (рис. 4.18), определим их значения, используя закон Ома:

$$I_1 = \frac{-U_{ab} + E_1}{R_1} = \frac{-4,4 + 8}{2} = 1,8 \text{ А;}$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{4,4}{4} = 1,1 \text{ А;}$$

$$I_3 = \frac{-U_{ab} + E_3}{R_3} = \frac{-4,4 + 3}{2} = -0,7 \text{ А.}$$

Результаты расчета проверим по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0, \text{ или } 1,8 - 1,1 - 0,7 = 0.$$

Значит, расчет выполнен верно. Поскольку ток I_3 имеет отрицательное значение, то его истинное направление противоположно указанному на рисунке 4.18. Следовательно, источник ЭДС с E_3 является потребителем электрической энергии.

Рассмотрим применение метода 2 узлов на примере задачи 2 КП

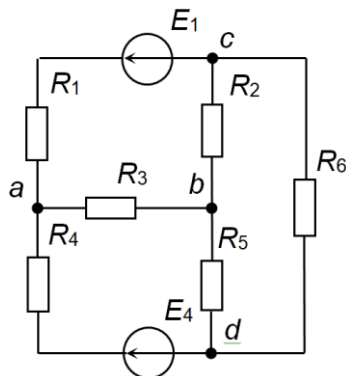
Дано: $E_1=12$ В; $E_4=9$ В; $R_1=2$ Ом; $R_2=4$ Ом;

$R_3=5$ Ом; $R_4=1$ Ом; $R_5=3$ Ом; $R_6=6$ Ом.

4 Преобразовать Δ сопротивлений между узлами **b**, **c** и **d** в Y , начертить преобразованную схему.

5 Рассчитать потенциал вновь полученного узла **e** (потенциал узла **a** считать равным 0) и токи методом двух узлов.

6 Рассчитать потенциалы узлов **b**, **c** и **d**. Вернуться к исходной схеме и рассчитать остальные токи.



РЕШЕНИЕ

4 Преобразуем Δ сопротивлений между узлами **b**, **c** и **d** в Y , начертим преобразованную схему:

$$R_b = R_2 R_5 / (R_2 + R_5 + R_6) = 4 \cdot 3 / (4 + 3 + 6) = 0,923 \text{ Ом.}$$

$$R_c = R_2 R_6 / (R_2 + R_5 + R_6) = 4 \cdot 6 / (4 + 3 + 6) = 1,85 \text{ Ом.}$$

$$R_d = R_5 R_6 / (R_2 + R_5 + R_6) = 3 \cdot 6 / (4 + 3 + 6) = 1,38 \text{ Ом.}$$

5 Расчёт методом двух узлов.

Рассчитаем проводимости ветвей:

$$g_1 = 1 / (R_1 + R_c) = 1 / (2 + 1,85) = 0,260 \text{ См.}$$

$$g_3 = 1 / (R_3 + R_b) = 1 / (5 + 0,923) = 0,169 \text{ См.}$$

$$g_4 = 1 / (R_4 + R_d) = 1 / (1 + 1,38) = 0,420 \text{ См.}$$

Рассчитаем напряжение между узлами **Uea**

$$U_{ea} = (-E_1 g_1 - E_4 g_4) / (g_1 + g_3 + g_4) =$$

$$= (-12 \cdot 0,26 - 9 \cdot 0,42) / (0,26 + 0,169 + 0,42) = -8,13 \text{ В.}$$

Рассчитаем токи в ветвях:

$$I_1 = (U_{ea} + E_1) / (R_1 + R_c) = (-8,13 + 12) / (2 + 1,85) = 1,005 \text{ А.}$$

$$I_3 = -U_{ea} / (R_3 + R_b) = 8,13 / (5 + 0,923) = 1,37 \text{ А.}$$

$$I_4 = (U_{ea} + E_4) / (R_4 + R_d) = (-8,13 + 9) / (2 + 1,85) = 0,366 \text{ А.}$$

6 Рассчитаем потенциалы узлов **b**, **c** и **d**. Мы знаем потенциал точки **e**
 $\varphi_e = -8,13$; $\varphi_b = \varphi_e + R_b I_3 = -8,13 + 0,923 \cdot 1,37 = -6,86$ В (идём против тока).

$$\varphi_c = \varphi_e - R_c I_1 = -8,13 - 1,85 \cdot 1,005 = -9,99 \text{ В (идём по току).}$$

$$\varphi_d = \varphi_e - R_d I_4 = -8,13 - 1,38 \cdot 0,366 = -8,63 \text{ В (идём по току).}$$

Вернёмся к исходной схеме и рассчитаем остальные токи.

$$I_2 = (\varphi_b - \varphi_c) / R_2 = [(-6,86) - (-9,99)] / 4 = 0,783 \text{ А.}$$

$$I_5 = (\varphi_b - \varphi_d) / R_5 = [(-6,86) - (-8,63)] / 3 = 0,59 \text{ А.}$$

$$I_6 = (\varphi_c - \varphi_d) / R_6 = [(-9,99) - (-8,63)] / 6 = -0,226 \text{ А (ток идёт вверх).}$$

