49 Электрическая ёмкость. Конденсаторы.

2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И ИХ РАСЧЕТ

2.1. Электрическая емкость. Конденсаторы

Если к двум электродам (проводникам), разделенным диэлектриком, приложить постоянное электрическое напряжение U, то электроды приобретут одинаковые по величине и противоположные по знаку электрические заряды. Абсолютная величина заряда q на каждом из электродов пропорциональна напряжению U:

$$q = CU, \tag{2.1}$$

где C – электрическая емкость.

Единица измерения электрической емкости $[C]$ – фарад (Ф).

Электрическая емкость электродов, разделенных диэлектриком, зависит от размеров и формы электродов, расстояния между ними, от свойств диэлектрика и не зависит ни от электрического заряда q, ни от напряжения U (за исключением использования диэлектриков, изменяющих диэлектрическую проницаемость при изменении напряженности E электрического поля).

Электрическую емкость подобных систем приходится определять и учитывать при проектировании и расчетах электротехнических и радиотехнических устройств и установок. В электротехнике и радиотехнике широко применяют устройства, специально созданные для использования их электрической емкости, которые называют *электрическими конденсаторами*. Графическое изображение конденсатора в схеме электрической цепи показано на рисунке 2.5.

Фарад – очень крупная единица емкости, поэтому в практических расчетах емкость C измеряется в более мелких единицах – микро- и пикофарадах:

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}; \ 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

2.2. Поле и электрическая емкость плоского конденсатора

Плоский конденсатор имеет две металлические пластины, разделенные диэлектриком (рис. 2.1).

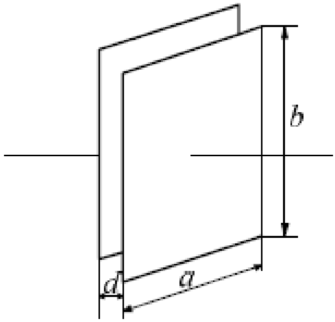

Рис. 2.1. Плоский конденсатор

Расстояние между пластинами обычно мало по сравнению с их длиной и шириной, т. е. $d << a$ и $d << b$. Если на пластины подать напряжение, то почти все свободные заряды пластин практически равномерно распределятся по внутренним, обращенным друг к другу поверхностям пластин. Искажением поля по краям пластин можно пренебречь. В пространстве между пластинами поле можно считать равномерным, т. е. вектор электрического смещения $\bar{D}$ постоянен по величине и направлен по нормали к поверхности пластин (рис. 2.2).

Полем с внешней стороны пластин в связи с малой плотностью электрических зарядов пренебрегаем.

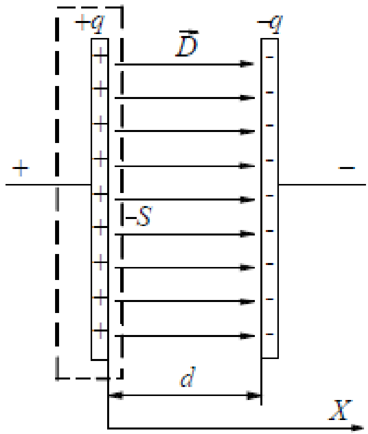

Рис. 2.2. Поле плоского конденсатора

Охватим заряд q одной из пластин замкнутой поверхностью. След этой поверхности показан на рисунке 2.2 штрихами. Одна сторона этой поверхности идет внутри конденсатора параллельно пластинам.

В соответствии с теоремой Гаусса поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность S

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q.$$

Поле практически имеется только в пространстве между пластинами, причем векторы $\vec{D}$ и $d\vec{S}$ совпадают по направлению и величина электрического смещения $\vec{D}$ во всех точках поля одинакова, поэтому

$$\oint_S \vec{D} dS = DS = q,$$

где $S = ab$ – площадь поверхности пластины.

Следовательно, $D = \dfrac{q}{S}$, а напряженность электрического поля при однородном и изотропном диэлектрике по выражению (1.3)

$$E = \frac{q}{\varepsilon_а S}.$$

Для нахождения электрической емкости C конденсатора напряжение U между пластинами выразим через заряд q. Так как поле между пластинами равномерное, то по уравнению (1.2)

$$U = Ed = \frac{q}{\varepsilon_а S} d.$$

Электрическая емкость конденсатора $C = \dfrac{q}{U} = \dfrac{q \varepsilon_а S}{qd}$.

В окончательном виде

$$C = \varepsilon_а \frac{S}{d}. \qquad (2.2)$$

Как видно из уравнения (2.2), емкость C зависит от геометрических размеров пластин, их взаимного расположения, электрических свойств диэлектрика.

Увеличения емкости можно достигать увеличением поверхности пластин S, выбором диэлектрика с высокой относительной диэлектрической проницаемостью ε_r и уменьшением расстояния между пластинами d. Однако уменьшение расстояния d ограничено электрической прочностью диэлектрика, с уменьшением d увеличивается напряженность:

$$E = \frac{U}{d}.$$

Любой диэлектрик при определенной напряженности электрического поля пробивается.

2.3. Поле и электрическая емкость цилиндрического конденсатора

Цилиндрический конденсатор представляет собой два разделенных изоляцией проводящих цилиндра с совпадающими осями, т. е. соосных или коаксиальных (рис. 2.4, *а*). Примером цилиндрического конденсатора может служить коаксиальный кабель, у которого внутренний провод прокладывается строго по оси кабеля, а другой в виде металлической оплетки охватывает изоляцию центрального проводника. Коаксиальные кабели предназначены для передачи электроэнергии высокой частоты.

Электрическая емкость цилиндрического конденсатора и коаксиального кабеля на единицу длины

$$C = \frac{\tau}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_a}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \qquad (2.4)$$

Наибольшее значение напряженность поля имеет у поверхности внутреннего цилиндра ($R = R_1$):

$$E_{max} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_a R_1},$$

или, выражая τ из формулы (2.3) через U, получаем

$$E_{max} = \frac{U}{R_1 \ln\frac{R_2}{R_1}}. \qquad (2.5)$$

Пример 2.3. Коаксиальный кабель имеет радиус внутренней жилы $R_1 = 2$ мм и внешней оболочки $R_2 = 5$ мм. Определить, под какое напряжение можно включить кабель, если максимальная напряженность поля не должна превышать 1/3 пробивной напряженности $E_{пр}$ диэлектрика, равной $2 \cdot 10^4$ кВ/м.

Решение. Напряженность поля максимальна на поверхности внутреннего цилиндра. По уравнению (2.5)

$$E_{max} = \frac{U}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

По условию $E_{max} = \frac{E_{пр}}{3}$.

Выражаем $U = \frac{E_{пр}}{3} R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}$. Подставляем значения величин и получаем $U = 12{,}2$ кВ.