

80 Цепь синусоидального тока с резистором и конденсатором

Напряжение отстаёт по фазе от тока на угол φ . Полное сопротивление равно корню квадратному из суммы квадратов активного и емкостного $Z = \sqrt{r^2 + (X_C)^2}$. Комплекс $\underline{Z} = r - jX_C$. Треугольники напряжений на векторной диаграмме, сопротивлений и мощностей подобны.

Если в цепи (рис. 9.16) с последовательным соединением активного сопротивления и электрической емкости проходит синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то на каждом элементе создается падение напряжения, изменяющееся по синусоидальному закону:

$$u_a = iR = I_m R \sin \omega t = U_{am} \sin \omega t;$$

$$U_C = U_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m X_C \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

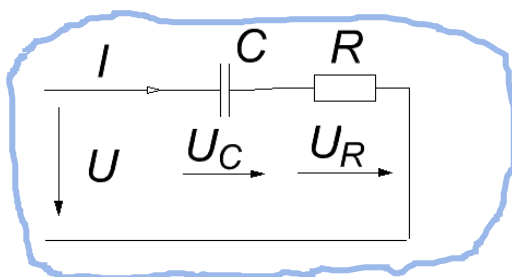


Рис. 9.16. Схема цепи с последовательным соединением элементов R и C

Согласно второму закону Кирхгофа, напряжение на входе цепи

$$u = u_a + u_C = U_{am} \sin \omega t + U_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin (\omega t - \varphi).$$

Напряжение на входе цепи синусоидально и отстает от тока по фазе на угол φ .

На основании второго закона Кирхгофа в векторной форме $\bar{U} = \bar{U}_a + \bar{U}_C$ построим векторную диаграмму, взяв за основной вектор тока $\bar{I}$ (рис. 9.17).

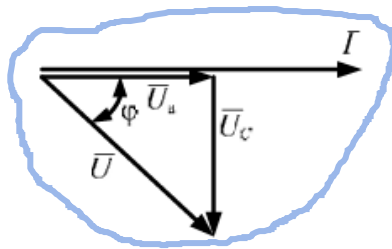


Рис. 9.17. Векторная диаграмма для RC-цепи

Из векторной диаграммы следует, что

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{(IR)^2 + \left(I \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = I \sqrt{R^2 + X_C^2}. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Из выражения (9.10) ток

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z}. \quad (9.11)$$

Формула (9.11) выражает закон Ома в действующих значениях для цепи с последовательным соединением элементов R и C ; Z – полное сопротивление цепи $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$.

Геометрическая интерпретация полного сопротивления представляет собой прямоугольный треугольник сопротивления, подобный треугольнику напряжений (рис. 9.18).

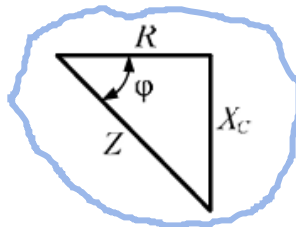


Рис. 9.18. Треугольник сопротивлений RC-цепи

По треугольнику сопротивлений можно получить ряд соотношений, используемых для решения многих вопросов.

Закон Кирхгофа для рассматриваемой цепи в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{I}R + \dot{I}\left(-j\frac{1}{\omega C}\right),$$

откуда

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\dot{U}}{R - jX_C} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}. \quad (9.12)$$

Выражение (9.12) представляет собой закон Ома в комплексной форме для цепи с последовательным соединением активного сопротивления и электрической емкости, где $\underline{Z} = R - jX_C$ – комплекс полного сопротивления.

Рассмотрим энергетические соотношения в цепи с последовательным соединением R и C .

Мгновенная мощность в цепи

$$p = ui = U_m \sin(\omega t - \varphi) I_m \sin \omega t = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi).$$

Зависимость мгновенной мощности от времени построена на рисунке 9.19, изменяется по периодическому несинусоидальному закону с двойной частотой и, так же как и в цепи с реальной катушкой, имеет как положительные, так и отрицательные значения. Положительные – при одинаковом направлении напряжения и тока, отрицательные – при противоположном. Это значит, что и в RC -цепи, наряду с необратимым процессом преобразования электрической энергии в тепловую, идет обмен энергией генератора и энергией электрического поля цепи.

Активная мощность

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui = UI \cos \varphi.$$

Реактивная емкостная мощность

$$Q_C = U_C I = IX_C I = I^2 X_C.$$

Полная мощность

$$S = UI.$$

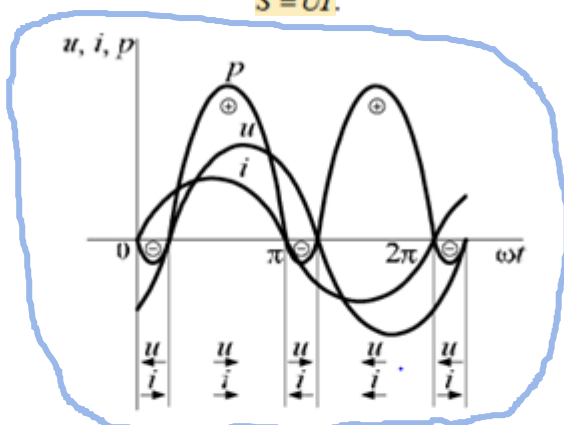


Рис. 9.19. Графики изменения напряжения, тока, мгновенной мощности

Здесь неточность в графике мгновенной мощности. Это должна быть синусоида с двойной частотой, а на рисунке синусоида искажена.¶

Активная, реактивная и полная мощности составляют треугольник мощностей, подобный треугольнику напряжений (рис. 9.20).

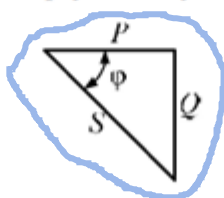


Рис. 9.20. Треугольник мощностей RC-цепи