

89 Параллельное соединение элементов в цепи

При параллельном соединении складываются проводимости и токи, отдельно активные, отдельно реактивные, а потом находятся полные как корень из суммы квадратов. Активная проводимость ветви $g = R / (R^2 + X^2)$; реактивная $b = X / (R^2 + X^2)$. Полная проводимость параллельно соединённых ветвей $y = \sqrt{(\Sigma g)^2 + (\Sigma b)^2}$.

Токи равны проводимостям, умноженным на напряжения: активный $I_a = gU$, реактивный $I_p = bU$, полный $I = yU = \sqrt{(\Sigma I_a)^2 + (\Sigma I_p)^2}$.

Исследуем цепь с параллельным соединением двух ветвей, подключенных к источнику синусоидального напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ (рис. 10.8). Пусть начальная фаза источника напряжения будет равна нулю ($\psi_u = 0$). Тогда начальная фаза тока в неразветвленной части схемы, в первой и второй ветвях будет $\varphi = \psi_u = \psi_i = -\psi_i$. Соответственно $\varphi_1 = -\psi_{i_1}$ и $\varphi_2 = -\psi_{i_2}$.

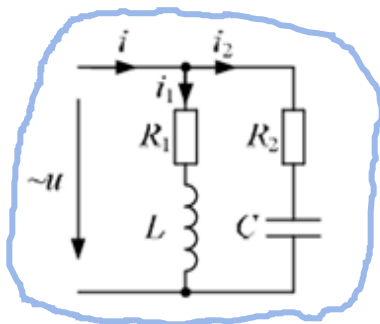


Рис. 10.8. Цепь с параллельным соединением ветвей

С учетом того, что ток в первой ветви имеет активно-индуктивный характер, его мгновенное значение будет иметь следующее выражение: $i_1 = I_{m1} \sin(\omega t - \varphi_1)$, т. е. начальная фаза тока отстает от начальной фазы напряжения. Во второй ветви ток является активно-емкостным, и его мгновенное значение будет иметь выражение $i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2)$. Здесь начальная фаза этого тока

опережает начальную фазу напряжения. Поэтому она записана со знаком «+».

Действующие значения токов определяем из следующих выражений:

для первой ветви

$$\underline{I_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}}, \quad \cos \varphi_1 = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}};$$

для второй ветви

$$\underline{I_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}}, \quad \cos \varphi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}}.$$

Зная действующие значения токов в ветвях, нельзя определить его действующее значение I в неразветвленной части цепи простым сложением токов I_1 и I_2 , так как необходимо учитывать их

фазовые углы φ_1 и φ_2 . Поэтому ток I определяют как геометрическую сумму токов в ветвях, для чего следует построить векторную диаграмму токов (рис. 10.9).

За основной вектор примем вектор напряжения $\bar{U}$. Векторы токов $\bar{I}_1$ и $\bar{I}_2$ изображаем с учетом углов сдвига фаз φ_1 и φ_2 .

Вектор тока в неразветвленной части цепи получаем путем суммирования векторов $\bar{I}_1$ и $\bar{I}_2$.

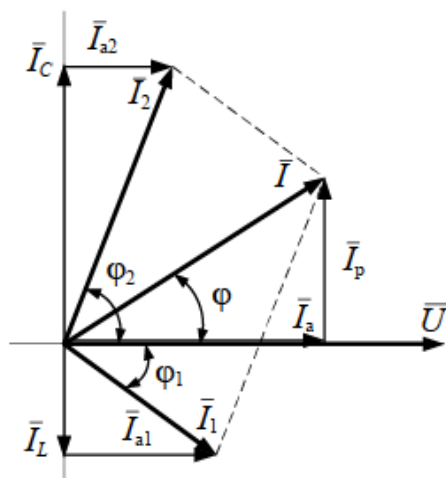


Рис. 10.9. Векторная диаграмма токов

Значение тока I в неразветвленной части цепи можно определить аналитически, для чего вводят понятия активной и реактивной составляющих тока для ветви с последовательным соединением активных и реактивных элементов.

Для первой ветви с элементами R_1L

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{al(R_1)} + \bar{I}_{pl(L)} \quad \text{или} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{al} + \bar{I}_{pl}.$$

Активная составляющая I_{al} совпадает по фазе с напряжением (см. рис. 10.9) и определяется как

$$\underline{I_{al}} = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = U \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \underline{Ug_1},$$

где $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, Ом;

g_1 – активная проводимость первой ветви, См;

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2}. \quad (10.12)$$

Следует обратить внимание на то, как определяется активная проводимость ветви. Она не является величиной, обратной активному сопротивлению ветви R_1 . Активная проводимость рассматриваемой ветви – это отношение активного сопротивления ветви к квадрату полного сопротивления ветви (10.12).

Реактивная составляющая тока I_{p1} отстает по фазе от напряжения на 90° и определяется как

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} \frac{X_L}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = U \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = U b_L,$$

где

$$b_L = \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2}, \quad (10.13)$$

b_L – реактивная (индуктивная) проводимость первой ветви, См.

Как видно из выражения (10.13), реактивная проводимость не является величиной, обратной индуктивному сопротивлению. Она определяется как отношение индуктивного сопротивления ветви к квадрату полного сопротивления ветви.

Аналогично и ток второй ветви можно представить как состоящий из активной I_{a2} и реактивной I_{p2} составляющих:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{a2(R_2)} + \bar{I}_{p2(C)} \quad \text{или} \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_{a2} + \bar{I}_{p2},$$

где

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = U \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = U g_2;$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} - \text{активная проводимость второй ветви, См};$$

$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивное (емкостное) сопротивление второй ветви, Ом;

$$\underline{I_{p2}} = I_2 \sin \varphi_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} \frac{X_C}{\sqrt{R_1^2 + X_C^2}} = U \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = U b_C.$$

Активная составляющая тока в неразветвленной части цепи I_a равна сумме активных составляющих токов первой I_{a1} и второй I_{a2} ветвей (обе составляющие совпадают по фазе с напряжением):

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = U(g_1 + g_2).$$

Реактивная составляющая тока первой ветви отстает по фазе от напряжения на 90° , а второй – опережает на 90° , т. е. ветви находятся в противофазе. Следовательно, реактивная составляющая тока в неразветвленной части цепи равна разности реактивных составляющих:

$$I_p = I_{p2(C)} - I_{p1(L)} \text{ или } I_p = I_{p2} - I_{p1} = (b_C - b_L)U = bU.$$

Действующее значение полного тока в неразветвленной части цепи можно определить как

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = U \sqrt{g^2 + b^2} = UY, \\ Y = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad (10.14)$$

где Y – полная проводимость цепи, См.

Активная, реактивная и полная проводимости измеряются в сименсах (См).

На основании выражения (10.14) можно построить треугольник проводимостей (рис. 10.10), из которого получают ряд соотноше-

ний: $g = Y \cos \varphi$; $b = Y \sin \varphi$; $\varphi = \arctg \frac{b}{g}$ и др.

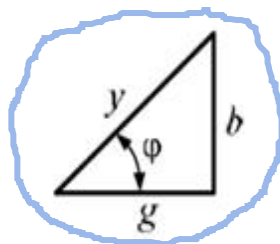


Рис. 10.10. Треугольник проводимостей

Если реактивная составляющая $I_p = I_{p2(C)} - I_{p1(L)}$, то при $I_{p1} > I_{p2}$ полный ток I будет отставать по фазе от напряжения на угол φ ($-90^\circ \leq \varphi \leq 0$). Если $I_{p1} < I_{p2}$, то полный ток будет опережать по фазе напряжение на угол, который может иметь значения φ ($0 \leq \varphi \leq 90^\circ$).

Особое внимание заслуживает тот случай, когда $I_{p1} = I_{p2}$, т. е. реактивная составляющая полного тока равна нулю. В этом случае в цепи наблюдается резонанс токов.