

## 94 Расчёт смешанного соединения (пример)

Электрическая цепь, подключённая к сети переменного тока с напряжением  $U = 230$  В и частотой 50 Гц, имеет параметры:

$R_1 = 8$  Ом;  $R_2 = 7$  Ом;  $R_3 = 9$  Ом;  $L_1 = 28$  мГн;  $L_2 = 22$  мГн;  $C_3 = 220$  мкФ.

1 Рассчитать сопротивления реактивных элементов цепи.

2 Рассчитать эквивалентное сопротивление цепи.

3 Рассчитать ток первой ветви.

4 Определить токи второй и третьей ветви с помощью формул разброса.

5 Составить баланс активных и реактивных мощностей.

6 Построить векторную диаграмму токов и совмещённую с ней топографическую векторную диаграмму напряжений.

7 Записать ток 1 ветви как функцию времени и построить его график.

РЕШЕНИЕ.

Определим угловую частоту тока  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314$  с<sup>-1</sup>.

1 Рассчитаем сопротивления реактивных элементов цепи:

$X_{L1} = \omega \cdot L_1 = 314 \cdot 0,028 = 8,79$  Ом;  $X_{L2} = \omega \cdot L_2 = 314 \cdot 0,022 = 6,91$  Ом;

$X_{C3} = 1 / \omega \cdot C_3 = 1 / (314 \cdot 220 \cdot 10^{-6}) = 14,48$  Ом.

2 Определим комплексы полных сопротивлений ветвей:

$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = 8 + j8,79 \Rightarrow 11,89 e^{j47,7^\circ}$  Ом.

$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 7 + j6,91 \Rightarrow 9,87 e^{j44,8^\circ}$  Ом.

$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 9 - j14,48 \Rightarrow 17,05 e^{-j58,1^\circ}$  Ом.

Рассчитаем сопротивление параллельно соединённых  $\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$

$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = (7 + j6,91) \cdot (9 - j14,48) / (7 + j6,91 + 9 - j14,48) =$   
 $= (163,1 - j39,2) / (16 - j7,57) = 9,28 + j1,94 \Rightarrow 9,48 e^{j11,8^\circ}$  Ом.

Рассчитаем эквивалентное сопротивление цепи

$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 8 + j8,79 + 9,28 + j1,94 = 17,28 + j10,73 \Rightarrow 20,34 e^{j31,9^\circ}$  Ом.

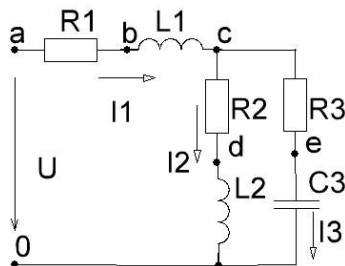
3 Рассчитаем ток первой ветви

$\underline{I}_1 = \underline{U} / \underline{Z}_\Sigma = 230 / (17,28 + j10,74) = 9,6 - j5,97 \Rightarrow 11,3 e^{-j31,9^\circ}$  А.

4 Разбросаем первый ток между второй и третьей ветвями

$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = (9,6 - j5,97) \cdot (9 - j14,48) / (7 + j6,91 + 9 - j14,48) =$   
 $= (-0,05 - j192,7) / (16 - j7,57) = 4,65 - j9,84 \Rightarrow 10,89 e^{-j64,7^\circ}$  А.

$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = (9,6 - j5,97) \cdot (7 + j6,91) / (7 + j6,91 + 9 - j14,48) =$   
 $= (108 + j24,6) / (16 - j7,57) = 4,92 + j3,87 \Rightarrow 6,26 e^{j38,2^\circ}$  А.



Проверим по 1 закону Кирхгофа

$$I_1 = I_2 + I_3; 9,6 - j5,97 = 4,65 - j9,84 + 4,92 + j3,87 = 9,57 - j5,97. \text{ Сходится.}$$

5 Составим баланс активных и реактивных мощностей.

$$\text{Мощность источника } \underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}_1^* = 230 \cdot (9,6 + j5,97) = 2208 + j1373 = P + jQ.$$

Активная мощность потребителей

$$R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 8 \cdot 11,3^2 + 7 \cdot 10,89^2 + 9 \cdot 6,26^2 = 1022 + 830 + 353 = 2205 \text{ Вт.}$$

Погрешность 0,13 %

Реактивная мощность потребителей

$$X_{L1} \cdot I_1^2 + X_{L2} \cdot I_2^2 - X_{C3} \cdot I_3^2 = 8,79 \cdot 11,3^2 + 6,91 \cdot 10,89^2 - 14,48 \cdot 6,26^2 = 1122 + 819 - 567 = 1374 \text{ вар. Погрешность 0,07 \%}$$

6 Построим векторную диаграмму токов и совмещённую с ней топографическую векторную диаграмму напряжений.

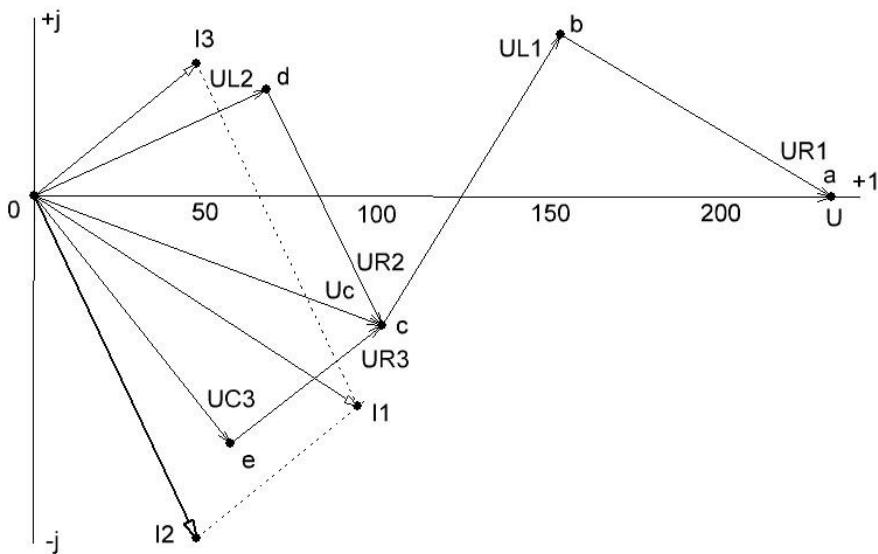
Диаграмма начинается с точки 0 комплексной плоскости. Откладываем по горизонтали напряжение источника 230 В в масштабе 20 В/см.

Откладываем токи - в масштабе 2 А /см. Убеждаемся, что  $I_1 = I_2 + I_3$ .

Рассчитываем напряжения на элементах:

$$\underline{U}_{L2} = I_2 \cdot j X_{L2} = (4,65 - j9,84) \cdot j6,91 = 68 + j32,1 \text{ В. Откладываем, получаем точку } d. \text{ Убеждаемся что напряжение опережает по фазе ток на } 90^\circ.$$

$$\underline{U}_{R2} = I_2 \cdot R_2 = (4,65 - j9,84) \cdot 7 = 32,6 - j68,9 \text{ В. Откладываем из точки } d, \text{ получаем точку } c. \text{ Убеждаемся, что напряжение совпадает по фазе с током.}$$



Определяем напряжение точки c

$$\underline{U}_c = \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{R2} = 68 + j32,1 + 32,6 - j68,9 = 100,6 - j36,9 \text{ В.}$$

$\underline{U}_{C3} = I_3 \cdot (-j X_{C3}) = (4,92 + j3,87) \cdot (-j14,48) = 56 - j71,2$  В. Откладываем, получаем точку **e**. Убеждаемся что напряжение отстаёт по фазе от тока на  $90^\circ$ .

$\underline{U}_{R3} = I_3 \cdot R_3 = (4,92 + j3,87) \cdot 9 = 44,3 + j34,8$  В. Откладываем из точки **e**, получаем точку **c**. Убеждаемся, что напряжение совпадает по фазе с током.

$\underline{U}_{L1} = I_1 \cdot j X_{L1} = (9,6 - j5,97) \cdot j8,79 = 52,5 + j84,4$  В. Откладываем, из точки **c**, получаем точку **b**. Убеждаемся что напряжение опережает по фазе ток на  $90^\circ$ .

Определяем напряжение точки **b**

$$\underline{U}_b = \underline{U}_c + \underline{U}_{L1} = 100,6 - j36,9 + 52,5 + j84,4 = 153,1 + j47,5 \text{ В.}$$

$\underline{U}_{R1} = I_1 \cdot R_2 = (9,6 - j5,97) \cdot 8 = 76,8 - j47,8$  В. Откладываем из точки **b**, получаем точку **a**. Убеждаемся, что напряжение совпадает по фазе с током.

Убеждаемся, что точка **a** попадает на конец вектора напряжения.

Определяем напряжение точки **a**

$$U_a = \underline{U}_b + \underline{U}_{R1} = 153,1 + j47,5 + 76,8 - j47,8 = 230 - j0,3 \text{ В.}$$

7 Запишем ток 1 ветви как функцию времени и построим его график.

Определим амплитудное значение тока

$$I_{1M} = I_1 \cdot \sqrt{2} = 11,3 \cdot 1,41 = 15,9 \text{ А.}$$

Мгновенное значение тока

$$i = I_{1M} \sin(\omega t + \psi_i) = 15,9 \sin(314t - 31,9^\circ) \text{ А}$$

Строим график синусоиды

Нулевое значение ток имеет при  $31,9^\circ$ , его амплитуда 15,9 А.

