

## 98 Расчёт сложных цепей синусоидального тока

Сложной называется цепь, содержащая более одного источника питания. Её расчёт выполняется с помощью законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме, здесь применимы методы контурных токов, наложения и узловых потенциалов, в частности метод двух узлов.

### 11.3. Расчет сложных цепей синусоидального тока

Символический метод особенно эффективен при анализе сложных цепей. Поскольку все методы расчета подобных цепей (метод контурных токов, узловых напряжений и др.) базируются на законах Ома и Кирхгофа, то эти методы могут быть использованы и при комплексной форме с заменой соответствующих величин их комплексными значениями. Проиллюстрируем это на примере расчета электрической цепи (рис. 11.8) методом двух узлов.

Под методом двух узлов понимают метод расчета электрических цепей, где за искомое принимают напряжение между двумя узлами схем, с помощью которого затем определяют токи ветвей.

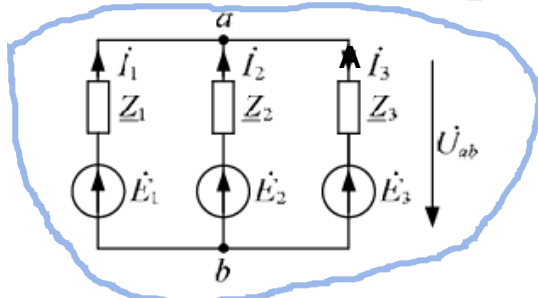


Рис. 11.8. Схема электрической цепи с двумя узлами

Чтобы получить расчетную формулу этого метода, рассмотрим пример, схема электрической цепи которого приведена на рисунке 11.8. Определим напряжение между двумя узлами  $U_{ab}$ , воспользовавшись методом узловых потенциалов. Примем  $\phi_b = 0$ , тогда уравнение будет иметь следующий вид:

$$\dot{\phi}_a \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) - \dot{\phi}_b \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = \dot{E}_1 \frac{1}{Z_1} + \dot{E}_2 \frac{1}{Z_2} + \dot{E}_3 \frac{1}{Z_3},$$

или

$$\dot{\phi}_a (Y_1 + Y_2 + Y_3) - \dot{\phi}_b (Y_1 + Y_2 + Y_3) = \dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3.$$

Поскольку  $\dot{U}_{ab} = \dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b = \dot{\phi}_a$ , то напряжение

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}.$$

В общем случае

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\sum \dot{E}_k Y_k}{\sum Y_k}. \quad (11.1)$$

Расчет цепи методом двух узлов осуществляют в такой последовательности. Задают условное положительное направление напряжения между двумя узлами и рассчитывают его, используя расчетную формулу (11.1). Затем задают положительные направления токов в ветвях и обозначают их на схеме. По закону Ома для участка цепи с ЭДС определяют токи в ветвях:

$$\dot{I}_k = \frac{\pm \dot{U}_{ab} \pm \dot{E}_k}{Z_k} = (\pm \dot{U}_{ab} \pm \dot{E}_k) Y_k.$$

При этом  $\dot{U}_{ab}$  и  $\dot{E}_k$  принимают положительными, если их направления в схеме совпадают с принятым направлением искомого тока  $\dot{I}_k$ .

Так, для цепи (см. рис. 11.8) уравнения для определения токов в ветвях имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_1}{Z_1}; \quad \dot{I}_2 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_2}{Z_2}; \quad \dot{I}_3 = \frac{-\dot{U}_{ab} + \dot{E}_3}{Z_3}.$$

Результаты расчета токов проверяют по первому закону Кирхгофа.

Пример 11.3. Для схемы 11.8 определить токи в цепи и построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений если  $\underline{E}_1 = 220 \text{ В}$ ;  $\underline{E}_2 = 220e^{-j120^\circ}$ ;  $\underline{E}_3 = 220e^{j120^\circ}$ ;  $\underline{Z}_1 = R_1 = 10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_2 = jX_L = j10 \text{ Ом}$ ;  $\underline{Z}_3 = -jX_C = -j10 \text{ Ом}$ .

Нагрузка одинаковая по модулю и имеющая различный характер.

Напряжение между узлами **a** и **b** по методу двух узлов

$$\underline{U}_{ab} = \frac{\frac{\underline{E}_1}{R} + \frac{\underline{E}_2}{jX_L} + \frac{\underline{E}_3}{-jX_C}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C}} = \frac{\frac{220}{10} + \frac{220e^{-j120^\circ}}{j10} + \frac{220e^{j120^\circ}}{-j10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{-j10}} =$$

$$= \frac{22 + 22e^{j150^\circ} + 22e^{-j150^\circ}}{0,1} = 220 - 190 + j110 - 190 - j110 = \underline{-160 \text{ В}}$$

Напряжения на элементах нагрузки:

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 - \underline{U}_{ab} = 220 - (-160) = 380 \text{ В};$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{U}_{ab} = -110 - j190 - (-160) = 50 - j190 \text{ В};$$

$$\underline{U}_3 = \underline{E}_3 - \underline{U}_{ab} = -110 + j190 - (-160) = 50 + j190 \text{ В}.$$

Токи в элементах нагрузки:

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 / R = 380 / 10 = 38 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / jX_L = (50 - j190) / j10 = -19 - j5 \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{U}_3 / -jX_C = (50 + j190) / -j10 = -19 + j5 \text{ А}.$$

Проверяем расчёт по первому закону Кирхгофа  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 38 - 19 - j5 - 19 + j5 = 0$

Ток протекает по всем источникам, но мощность выделяется только в нагрузку источника  $E_1$  резисторе  $R$ . Энергия источников  $E_2$  и  $E_3$  переносится туда.

На векторной диаграмме видно, что точка **a** смещена влево от начала координат, напряжение  $U_1$  совпадает по фазе с ЭДС  $E_1$  и больше него на величину  $U_{ab}$ , напряжение  $U_2$  меньше чем ЭДС  $E_2$  и имеет другую фазу, напряжение  $U_3$  меньше чем ЭДС  $E_3$  и имеет другую фазу,

