

101 Расчёт последовательной цепи с взаимной индуктивностью при встречном включении катушек

При встречном включении напряжение взаимоиндукции вычитается из напряжения самоиндукции, в результате индуктивное сопротивление катушек уменьшается на $2j\omega M$.

При встречном включении катушек (рис. 12.7) на основании второго закона Кирхгофа имеем равенство

$$iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + iR_2 + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = u,$$

или в комплексной форме:

$$\dot{I}R_1 + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} + \dot{I}R_2 + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = \dot{U}. \quad (12.7)$$

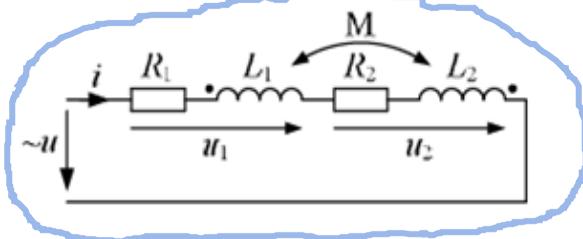


Рис. 12.7. Встречное включение двух катушек

Из уравнения (12.7) следует

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}, \quad (12.8)$$

где $R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) = \underline{Z}_в$ – эквивалентное комплексное сопротивление цепи при встречном включении катушек;

$L_1 + L_2 - 2M = L_в$ – эквивалентная индуктивность цепи при встречном включении катушек.

Уравнению (12.8) соответствует векторная диаграмма (рис. 12.8).

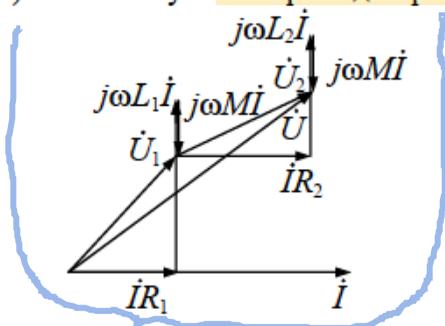


Рис. 12.8. Векторная диаграмма тока и напряжений при встречном включении двух индуктивно связанных катушек

Напряжение на первой катушке

$$\dot{U}_1 = \dot{I}R_1 + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I};$$

напряжение на второй катушке

$$\dot{U}_2 = \dot{I}R_2 + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I}.$$

Из выражений (12.6), (12.8) $L_c > L_в$, следовательно, $\underline{Z}_c > \underline{Z}_в$, что можно использовать при определении одноименных зажимов катушек и взаимной индуктивности.

Пример 12.1. Две индуктивно связанные катушки с выводами *ab* и *cd* соединены, как показано на рисунке 12.9. Катушки имеют следующие параметры: $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $\omega L_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $\omega L_2 = 4 \text{ Ом}$; $\omega M = 1 \text{ Ом}$. Напряжение питания $\dot{U} = 100 \text{ В}$. Определить ток и напряжения на выводах катушек U_{ab} , U_{cd} и построить векторную диаграмму тока и напряжений.

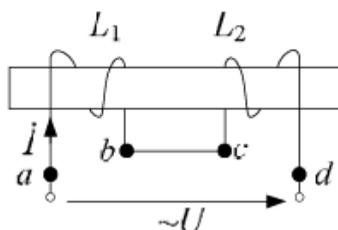


Рис. 12.9. Индуктивно связанные последовательно соединенные катушки

Решение. Проследив по рисунку 12.9 прохождение тока по виткам обеих катушек и применив правило правогоходавого винта, видим, что магнитные потоки самоиндукции и взаимоиндукции катушек направлены навстречу друг другу, таким образом, катушки включены встречно. Заданная цепь может быть представлена схемой, показанной на рисунке 12.10.

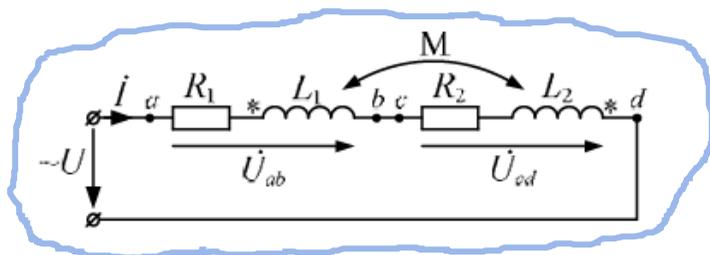


Рис. 12.10. Схема соединения двух индуктивно связанных катушек

Запишем уравнение второго закона Кирхгофа:

$$\dot{I}R_1 + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega \dot{I} + \dot{I}R_2 + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = \dot{U}.$$

Искомый ток

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1 + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 - j2\omega M} = \frac{100}{6 + j10 - j2} = \frac{100}{6 + j8} = 6 - j8 \text{ A};$$

$$I = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ A}.$$

Напряжение на первой катушке по второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}R_1 + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I} = (6 - j8)(2 + j6 - j) = (6 - j8)(2 + j5) = 52 + j14 \text{ В};$$

$$U_{ab} = \sqrt{52^2 + 14^2} = 53,9 \text{ В}.$$

Напряжение на второй катушке

$$\dot{U}_{cd} = \dot{I}R_2 + j\omega L_2\dot{I} - j\omega M\dot{I} = (6 - j8)(4 + j4 - j) = (6 - j8)(4 + j3) = 48 - j14 \text{ В};$$

$$U_{cd} = \sqrt{48^2 + 14^2} = 50 \text{ В}.$$

На рисунке 12.11 представлена векторная диаграмма. По действительной оси отложен вектор напряжения \dot{U} , вектор тока \dot{I} отстает от напряжения. Падение напряжения на активном сопротивлении первой катушки $\dot{I}R_1$ совпадает по фазе с током \dot{I} , падение напряжения на индуктивности первой катушки $j\omega L_1\dot{I}$ опережает ток \dot{I} по фазе на 90° , падение напряжения взаимоиндукции $j\omega M\dot{I}$ отстает от тока \dot{I} по фазе на 90° .

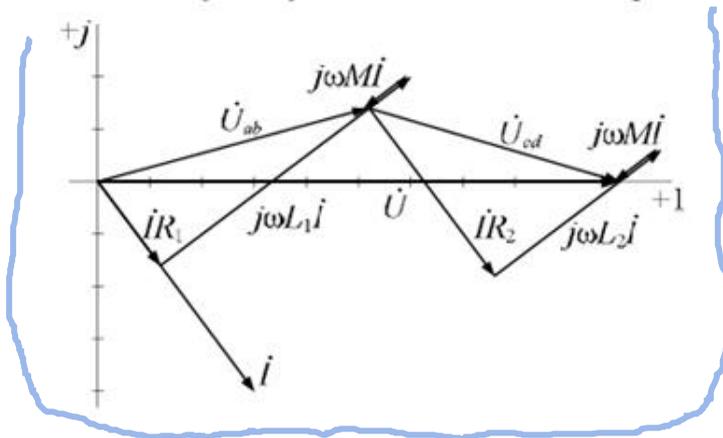


Рис. 12.11. Векторная диаграмма тока и напряжений

Сумма векторов этих напряжений дает напряжение на первой катушке \dot{U}_{ab} . Аналогично проводят векторы падений напряжений второй катушки.