

125 Определение мощности в трёхфазных цепях

Суммарная мощность определяется как сумма мощностей отдельных фаз, это касается как источника, так и потребителя

$$\underline{S} = \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^*, \quad * \text{ комплексно сопряжённые токи.}$$

Должен соблюдаться баланс как активной, так и реактивной мощностей.

Активная мощность несимметричной трехфазной цепи равна сумме активных мощностей отдельных ее фаз:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C,$$

где $\varphi_A = \psi_{uA} - \psi_{iA}$; $\varphi_B = \psi_{uB} - \psi_{iB}$; $\varphi_C = \psi_{uC} - \psi_{iC}$.

Реактивная мощность несимметричной трехфазной цепи

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C.$$

Полная мощность несимметричной трехфазной цепи вычисляется по формуле

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Для расчета мощностей несимметричной трехфазной цепи удобно использовать комплексную мощность, которая определяется по формуле

$$\underline{S} = \dot{U}_A^* \dot{I}_A + \dot{U}_B^* \dot{I}_B + \dot{U}_C^* \dot{I}_C = P + jQ,$$

где $\dot{I}_A^*$, $\dot{I}_B^*$, $\dot{I}_C^*$ – сопряженные комплексные токи соответствующих фаз.

Отличие сопряженного комплексного тока от комплексного – при j знак меняется на противоположный.

Например,

$$\dot{I}_A = 3 + j4; \quad \dot{I}_A^* = 3 - j4.$$

Активная мощность симметричной трехфазной цепи

$$P = 3P_\phi = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi.$$

Примем во внимание, что при соединении ветвей приемника звездой

$$U_\phi = \frac{U_\pi}{\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad I_\phi = I_\pi, \quad (14.8)$$

а при соединении ветвей приемника треугольником

$$U_{\phi} = U_{\pi} \text{ и } I_{\phi} = \frac{I_{\pi}}{\sqrt{3}}. \quad (14.9)$$

Подставим соотношения (14.8) и (14.9) в выражение активной мощности и получим выражение (независимо от вида соединения):

$$P = \sqrt{3} U_{\pi} I_{\pi} \cos \varphi.$$

Следует отметить, что в выражении (14.9) φ – это сдвиг по фазе между фазным напряжением и током.

Аналогично для реактивной и полной мощностей симметричной трехфазной цепи имеем соответствующие выражения:

$$Q = 3 U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi \text{ или } Q = \sqrt{3} U_{\pi} I_{\pi} \sin \varphi;$$

$$S = 3 U_{\phi} I_{\phi} \text{ или } S = \sqrt{3} U_{\pi} I_{\pi}.$$

Определим мгновенную мощность трехфазного приемника при симметричном режиме. Для этого запишем мгновенные значения фазных напряжений и токов, приняв начальную фазу напряжения u_A равной нулю:

$$u_A = U_{\phi} \sqrt{2} \sin \omega t; \quad i_A = I_{\phi} \sqrt{2} \sin (\omega t - \varphi);$$

$$u_B = U_{\phi} \sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right); \quad i_B = I_{\phi} \sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi - \varphi \right);$$

$$u_C = U_{\phi} \sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi \right); \quad i_C = I_{\phi} \sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi - \varphi \right).$$

Затем запишем выражения мгновенной мощности каждой фазы приемника:

$$\begin{aligned} p_A &= u_A i_A = U_{\phi} \sqrt{2} I_{\phi} \sqrt{2} \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) = \\ &= \frac{U_{\phi} I_{\phi} 2}{2} [\cos (\omega t - \omega t + \varphi) - \cos (2\omega t - \varphi)] = \\ &= U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi - U_{\phi} I_{\phi} \cos (2\omega t - \varphi); \end{aligned}$$

$$p_B = u_B i_B = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi - U_{\phi} I_{\phi} \cos \left(2\omega t - \frac{4}{3} \pi - \varphi \right);$$

$$p_C = u_C i_C = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi - U_{\phi} I_{\phi} \cos \left(2\omega t + \frac{4}{3} \pi - \varphi \right).$$

При суммировании мгновенных мощностей трех фаз вторые слагаемые в сумме дадут нуль. Поэтому мгновенная мощность трехфазного приемника при симметричном режиме не зависит от времени и равна активной мощности трехфазной цепи:

$$p = p_A + p_B + p_C = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = P.$$

Многофазные цепи, в которых мгновенное значение мощности постоянно, называются *уравновешенными*.

Постоянство мгновенных значений мощности создает благоприятные условия для работы генераторов и двигателей (с точки зрения их механической нагрузки), так как отсутствуют пульсации вращающего момента, наблюдающиеся у однофазных генераторов и двигателей.

Пример 14.5. В трехфазной цепи приемник соединен звездой с нейтральным проводом. Комплексные сопротивления его фаз: $\underline{Z}_A = 10 + j10 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_B = 10 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_C = j10 \text{ Ом}$; фазное напряжение генератора равно 100 В; $\underline{Z}_N = 0$. Составить баланс активной и реактивной мощностей.

Решение. Для определения активной и реактивной мощностей необходимо, используя закон Ома, рассчитать фазные токи, для чего запишем систему фазных напряжений. Если принять начальную фазу напряжения фазы A , равной нулю ($\psi_{U_A} = 0$), то:

$$\begin{aligned}\underline{\dot{U}}_A &= U_{\phi} = 100 \text{ В}; \\ \underline{\dot{U}}_B &= \underline{\dot{U}}_A e^{-j120^\circ} = 100 e^{-j120^\circ} \text{ В}; \\ \underline{\dot{U}}_C &= \underline{\dot{U}}_A e^{j120^\circ} = 100 e^{j120^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Токи будут равны:

$$\underline{\dot{I}}_A = \frac{\underline{\dot{U}}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{10 + j10} = 5 - j5 = 7,1 e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Действующее значение $I_A = 7,1 \text{ А}$, начальная фаза $\psi_{i_A} = -45^\circ$;

$$\underline{\dot{I}}_B = \frac{\underline{\dot{U}}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100 e^{-j120^\circ}}{10} = 10 e^{-j120^\circ} \text{ А}.$$

Действующее значение $I_B = 10 \text{ А}$, начальная фаза $\psi_{i_B} = -120^\circ$;

$$\underline{\dot{I}}_C = \frac{\underline{\dot{U}}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{100 e^{j120^\circ}}{j10} = 10 e^{j30^\circ} \text{ А}.$$

Действующее значение $I_C = 10$ А, начальная фаза $\psi_{i_c} = 30^\circ$.

Баланс активных мощностей предусматривает соблюдение следующего равенства:

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}.$$

Активную мощность приемника можно определить, используя закон Джоуля – Ленца:

$$P_{\text{потр}} = I_A^2 R_A + I_B^2 R_B = 7,1^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 10 = 1504 \text{ Вт}.$$

Баланс реактивных мощностей предусматривает соблюдение следующего равенства:

$$Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}},$$

где

$$Q_{\text{потр}} = I_A^2 X_A + I_C^2 X_C = 7,1^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 10 = 1504 \text{ вар};$$

Мощность источника определяем как сумму мощностей фаз

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{ист}} &= \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* = 100 (5 + j5) + (-50 - j86,6)(-5 + j8,66) + \\ &+ (-50 + j86,6)(8,66 - j5) = 1504 + j1504 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

Баланс активной и реактивной мощностей выполняется.