128 Расчёт мгновенных значений несинусоидальных токов

Расчёт ведется методом разложения ЭДС на гармоники, определения гармоник тока и их сложения.

Если в линейной цепи действует один или несколько источников несинусоидальных периодических ЭДС, то расчет токов цепи разделяется на три этапа.

1. Разложение ЭДС источников в тригонометрический ряд, т. е. на постоянную и синусоидальные составляющие. Это означает, что источник несинусоидальной ЭДС можно рассматривать как последовательное соединение источника постоянной ЭДС и источников синусоидальных ЭДС с различными частотами. Так, если ЭДС (рис. 16.2, *а*)

$$e = E_0 + E_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2),$$

то действие источника такой ЭДС аналогично действию трех последовательно соединенных источников ЭДС (рис. 16.2, *б*):

$$e_0 = E_0;$$

$$e_1 = E_{1m}\sin(\omega t + \psi_1);$$

$$e_2 = E_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2).$$

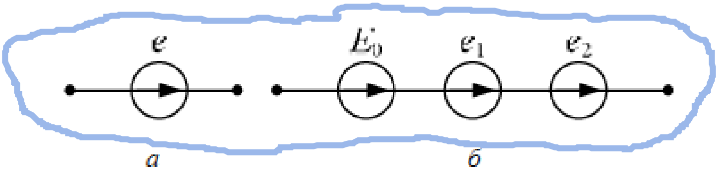

Рис. 16.2. Замена источника несинусоидальной ЭДС последовательным соединением источников постоянной и синусоидальной ЭДС

2. Расчет мгновенных значений токов, возникающих в ветвях электрической цепи под действием каждой из составляющих несинусоидальной ЭДС в отдельности.

3. Нахождение мгновенных значений токов в ветвях в соответствии с принципом наложения в виде суммы мгновенных значений составляющих токов.

Если, например, в какой-либо ветви токи, создаваемые ЭДС E_0, e_1 и e_2, соответственно равны I_0, i_1 и i_2, то общий ток ветви

$$i = I_0 + i_1 + i_2.$$

Таким образом, расчет линейной цепи с несинусоидальными ЭДС сводится к решению n задач с синусоидальными ЭДС, где n – число синусоидальных составляющих ЭДС различных частот, и одной задачи с постоянными ЭДС.

При решении каждой из этих задач необходимо учитывать, что для различных частот индуктивные и емкостные сопротивления неодинаковы. Индуктивное сопротивление для k-гармоники в k раз больше, а емкостное, наоборот, в k раз меньше, чем для первой:

$$X_{L_k} = k\omega L = kX_{L_1};$$

$$X_{C_k} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{X_{C_1}}{k}.$$

Для постоянной составляющей E_0 индуктивное сопротивление равно нулю, а емкостное – бесконечности. Активное сопротивление также зависит от частоты – увеличивается с ростом последней вследствие поверхностного эффекта. Если расчет ведется для гармоник невысоких частот и относительно малых сечений проводов, можно не учитывать изменения сопротивления R с частотой и считать, что при всех частотах активное сопротивление равно сопротивлению при постоянном токе.

Поскольку каждая составляющая тока является либо постоянной величиной, либо синусоидальной функцией времени, то для расчета каждой из них в отдельности могут быть применены все методы, рассмотренные для расчета цепей постоянного и синусоидального токов. Для расчета каждой синусоидальной составляющей в отдельности целесообразно использовать комплексный метод. Закон Ома в комплексной форме для k-гармоники имеет вид

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_k}{R + j\left(k\omega L - \dfrac{1}{k\omega C}\right)}.$$

Суммировать полученные комплексы токов для отдельных гармоник нельзя, так как они имеют разные частоты. Суммировать можно лишь мгновенные значения, выраженные как функции времени.

Пользуясь мгновенными значениями, определим ток i в простейшей неразветвленной цепи с постоянными параметрами R, L, C (рис. 16.3) при установившемся режиме в случае, когда напряжение u на зажимах цепи является периодической несинусоидальной функцией времени. Представим напряжение в виде ряда:

$$u = U_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_k + \ldots ,$$

где U_0 – постоянная составляющая, а $u_k = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{uk})$ – k-гармоника.

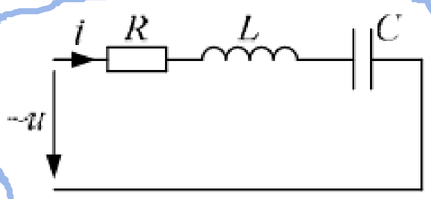

Рис. 16.3. Электрическая цепь при действии периодического несинусоидального напряжения

Постоянная составляющая тока в этой цепи равна нулю, т. е. $I_0 = 0$, так как конденсатор постоянного тока не проводит.

Синусоидальные составляющие тока, возникающие в цепи под действием каждой синусоидальной составляющей напряжения разных частот, найдем, используя закон Ома в комплексной форме. Рассчитаем комплексную амплитуду тока k-гармоники:

$$\dot{I}_{km} = \frac{\dot{U}_{km}}{\underline{Z}_k} = \frac{\dot{U}_{km}}{R + j\left(k\omega L - \dfrac{1}{k\omega C}\right)}.$$

Записываем $\dot{U}_{km} = U_{km} e^{j\psi_{uk}}$ и $\underline{Z}_k = Z_k e^{j\varphi_k}$, причем

$$Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2};$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg}\frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R},$$

и получим

$$\dot{I}_{km} = \frac{U_{km}e^{j\psi_{uk}}}{Z_k e^{j\varphi_k}} = I_{km}e^{j(\psi_{uk} - \varphi_k)}.$$

Мгновенное значение тока k-гармоники имеет вид

$$i_k = I_{km}\sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_k) = I_{km}\sin(k\omega t + \psi_{ik}).$$

Искомый ток определяется суммой:

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots.$$

Для наглядного представления о форме кривой несинусоидального тока необходимо рисовать графики отдельных гармоник и результирующей кривой, полученной суммированием ординат составляющих токов. При вычерчивании кривых отдельных гармоник всегда следует иметь в виду, что период гармоники обратно пропорционален ее номеру. Следовательно, если по оси абсцисс отложено ωt, то, соблюдая один и тот же масштаб, вместо углов ψ_k надо откладывать углы $\frac{\psi_k}{k}$. В качестве примера построим график несинусоидального тока, состоящего из двух гармоник (рис. 16.4):

$$i = 12\sin(\omega t + 120°) + 4\sin(2\omega t + 90°)\ \text{А}.$$

При построении графика тока второй гармоники i_2 учтено, что период этой гармоники в 2 раза меньше периода тока первой гармоники i_1 и начальная фаза второй гармоники (90°) разделена на номер гармоники $\left(\frac{90°}{2} = 45°\right)$.

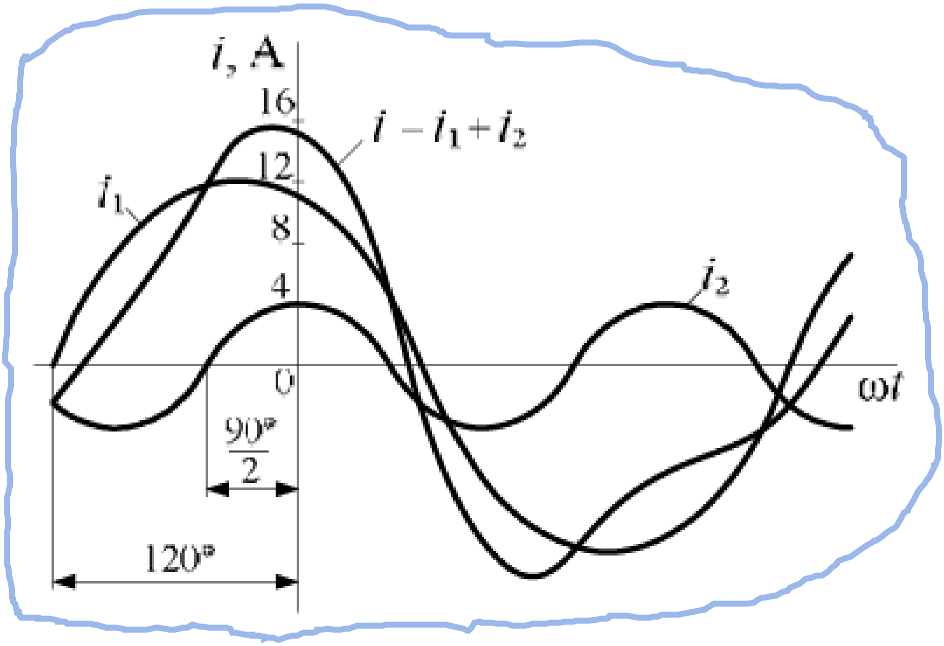

Рис. 16.4. Построение графиков несинусоидального тока