129 Действующие значения несинусоидальных токов, ЭДС и напряжений

Действующее значение несинусоидального тока равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех гармоник.

О значениях периодических несинусоидальных токов, напряжений и ЭДС судят по их действующим значениям. Действующее значение периодического несинусоидального тока есть среднее квадратичное значение этого тока за период T:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}.$$

Раскладывая $i(t)$ в ряд Фурье, имеем

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T (i_0 + i_1 + i_2 + \ldots + i_k + \ldots)^2 dt = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{T}\int_0^T i_k^2 dt + \sum_{\substack{q=0\\ s=0}}^{\infty}\frac{1}{T}\int_0^T i_q i_s dt =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{T}\int_0^T i_k^2 dt = \sum_{k=0}^{\infty} I_k^2 = I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_k^2 + \ldots,$$

так как при $q \neq s$

$$\int_0^T i_q i_s dt = \int_0^T I_{mq} I_{ms} \sin(q\omega t + \psi_q)\sin(s\omega t + \psi_s) dt =$$

$$= \frac{1}{2} I_{mq} I_{ms} \int_0^T \left\{ \cos\left[\omega t(q-s) + \psi_q - \psi_s\right] - \cos\left[\omega t(q+s) + \psi_q + \psi_s\right] \right\} dt = 0.$$

Действительно, при $q \neq s$ мы получаем интегралы от косинусоидальных функций времени за целое число $(q-s)$ и $(q+s)$ периодов. Такие интегралы равны нулю.

Итак, имеем

$$I = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_k^2 + \ldots},$$

т. е. действующее значение периодического несинусоидального тока равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех гармоник.

Аналогично находим действующие значения несинусоидальных напряжений и ЭДС:

$$U = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2} \text{ и } E = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} E_k^2}.$$

Пример 16.1. Определить действующее значение несинусоидального напряжения, заданного следующим выражением:

$$u(t) = 100 + 80 \sin(\omega t + 30°) + 60 \sin(3\omega t + 20°) + 50 \sin(5\omega t + 45°).$$

Решение. Анализ заданного в виде тригонометрического ряда напряжения показывает, что это выражение содержит нулевую, первую, третью и пятую гармоники. Тогда действующее значение несинусоидального напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{100^2 + \left(\frac{80}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50}{\sqrt{2}}\right)^2} = 127 \text{ В}.$$