

136 Определение начальных условий и корней характеристического уравнения

Независимые начальные условия находятся из законов коммутации, зависимые – из законов Кирхгофа. Корни характеристического уравнения это показатели экспонент перехода.

В соответствии с определением свободной составляющей $i_{св}(u_{C_{св}})$ в ее выражении имеют место постоянные интегрирования A_k , число которых равно порядку дифференциального уравнения. Постоянные интегрирования находят из начальных условий, которые принято делить на независимые и зависимые. Начальные условия – значения переходных токов и напряжений при $t = 0_+$.

Независимые начальные условия – значения тока в индуктивном элементе $i_L(0)$ и напряжения на емкостном элементе $u_C(0)$ в момент коммутации ($t = 0_+$), определяемые по законам коммутации.

Зависимые начальные условия – значения токов и напряжений в момент коммутации ($t = 0_+$), определяемые по законам Кирхгофа для схемы цепи, образованной после коммутации, с учетом независимых начальных условий.

К независимым начальным условиям относятся потокосцепление (ток) для катушки индуктивности и заряд (напряжение) на конденсаторе в момент времени $t = 0_+$ (момент коммутации). Независимые начальные условия определяются на основании законов коммутации.

Пример 18.1. В цепи, приведенной на схеме (рис. 18.1), определить напряжение на конденсаторе и токи i_1 , i_2 , i_3 в момент коммутации. Конденсатор до коммутации не был заряжен.

Решение. Поскольку до коммутации правая ветвь цепи была разомкнута, ток протекал через резисторы R_1 , R_2 и катушку индуктивности ($i_1 = i_2$).

В соответствии с первым и вторым законами коммутации запишем

$$i_2(0) = \frac{U_0}{R_1 + R_2}; \quad u_C(0) = 0.$$

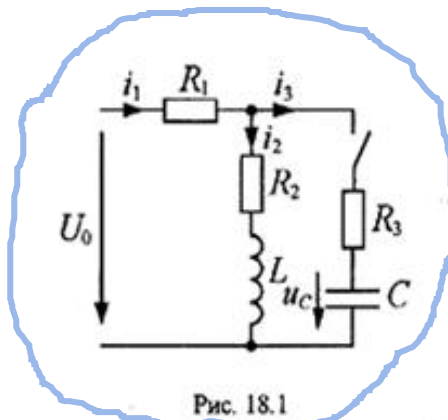


Рис. 18.1

Для внешнего контура схемы после коммутации имеет место следующее выражение в момент времени $t = 0$:

$$R_1(i_2(0) + i_3(0)) + R_3 i_3(0) + u_C(0) = U_0.$$

Тогда $i_3(0) = \frac{U_0 - R_1(0)i_2(0)}{R_1 + R_2}$ и, согласно первому закону Кирхгофа,

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0).$$

Выражение свободной составляющей тока или напряжения определяется видом корней характеристического уравнения:

1 Если имеем два отрицательных вещественных корня p_1 и p_2 то свободная составляющая является суммой двух экспонент

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

2 Если имеем комплексно-сопряжённые корни $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ то свободная составляющая это синусоида, амплитуда которой затухает по экспоненте

$$i_{св} = A e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \psi).$$

Постоянная времени τ с которой затухает переходный процесс, это время, за которое ток уменьшится в $e \approx 2,72$ раза, $\tau = 1/|\alpha|$, с. Считается, что переходный процесс заканчивается за время 3 – 5 τ .