

76 Цепь синусоидального тока с реальной катушкой индуктивности

Реальная катушка представлена схемой замещения в виде последовательно соединённых индуктивности L и активного сопротивления r . Ток отстаёт по фазе от напряжения на угол $\varphi = \arctg(\omega L / r)$. Полное сопротивление равно корню квадратному из суммы квадратов активного и индуктивного $Z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$. Комплекс $\underline{Z} = r + j\omega L$. Треугольник напряжений на векторной диаграмме и треугольник сопротивлений подобны.

Схема замещения реальной катушки на низких частотах представляет собой последовательное соединение активного и индуктивного элементов (рис. 9.11).

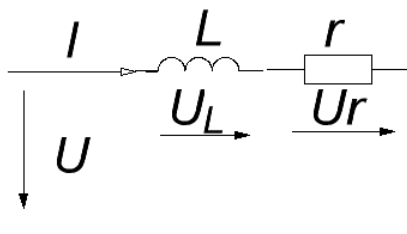


Рис. 9.11. Схема замещения реальной катушки

Пусть по цепи под действием синусоидального напряжения u протекает ток $i = I_m \sin \omega t$. На элементах возникнут напряжения $u_a = iR$ – активная составляющая напряжения; $u_L = L \frac{di}{dt}$ – индуктивная составляющая напряжения. Следует отметить, что в реальных катушках нет таких точек, между которыми действовало бы напряжение u_a или u_L . Физической величиной является напряжение на выводах обмотки катушки. Деление физической величины на составляющие представляет собой удобный вычислительный прием. Напряжение на катушке можно записать согласно второму закону Кирхгофа:

$$u = u_a + u_L = RI_m \sin \omega t + L\omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (9.4)$$

Обе составляющие напряжения изменяются по синусоидальному закону. Известно, что сумма синусоидальных функций одной и той же частоты есть синусоидальная функция той же частоты, т. е. $u = U_m \sin (\omega t + \psi_u)$.

Изобразив все составляющие выражения (9.4) векторами, построим векторную диаграмму (рис. 9.12) для действующих значений.

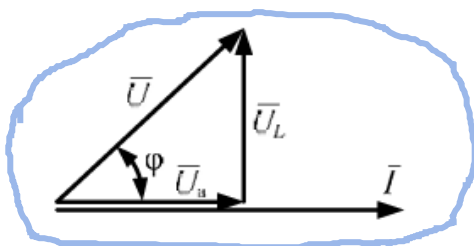


Рис. 9.12. Векторная диаграмма для цепи с реальной катушкой

За основной вектор принимаем вектор тока $\bar{I}$. Вектор активного напряжения совпадает по фазе с вектором тока, вектор индуктивного напряжения опережает вектор тока на 90° .

Из треугольника напряжений можно составить ряд соотношений, которые часто встречаются при расчете цепей синусоидального тока:

$$U_a = U \cos \varphi; \quad U_L = U \sin \varphi; \quad U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2}.$$

Величина угла сдвига фаз зависит от соотношения индуктивной и активной составляющих напряжения и определяется из векторной диаграммы (см. рис. 9.12):

$$\varphi = \arctg \frac{U_L}{U_a}.$$

Поскольку $U_a = IR$, $U_L = \omega LI$, то напряжение цепи

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{(RI)^2 + (\omega LI)^2} = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

откуда ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{Z}. \quad (9.5)$$

Формула (9.5) выражает закон Ома в действующих значениях для цепи с активным сопротивлением и индуктивностью. Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (9.6)$$

называется полным сопротивлением цепи и измеряется в омах.

Следует обратить внимание на то, что различная физическая природа активного и реактивного сопротивлений определяет особое правило сложения этих сопротивлений.

На основании выражения (9.6) полное, активное и реактивное сопротивления графически представляют прямоугольный треугольник (рис. 9.13).

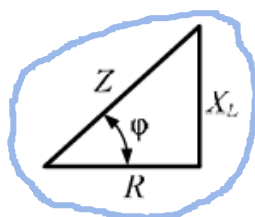


Рис. 9.13. Треугольник сопротивлений цепи с активным сопротивлением и индуктивностью

Треугольник сопротивлений подобен треугольнику напряжений, так как его можно получить из треугольника напряжений, уменьшив его стороны в I раз.

Угол сдвига фаз можно определить из треугольника сопротивлений $\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$, т. е. его величина зависит от соотношения индуктивного и активного сопротивлений.

Второй закон Кирхгофа для рассматриваемой цепи можно записать и в комплексной форме:

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_L.$$

Согласно закону Ома, в комплексной форме

$$\dot{U}_a = \dot{I}R, \quad \dot{U}_L = j\omega L\dot{I},$$

тогда

$$\dot{U} = \dot{I}R + j\omega L\dot{I},$$

откуда

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j\omega L} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}. \quad (9.7)$$

Выражение (9.7) представляет собой закон Ома в комплексной форме для цепи с реальной катушкой. Здесь $\underline{Z} = R + j\omega L$ называют комплексом полного сопротивления.