

26-27 Практическая работа № 2

Расчёт по методу контурных токов

Метод контурных токов позволяет уменьшить число уравнений, составляемых для расчёта токов в ветвях. За неизвестные принимают условные токи, которые как бы циркулируют в контурах схемы.

Контурные токи направляются по часовой стрелке. Для каждого контурного тока составляется уравнение по 2 закону Кирхгофа – алгебраическая сумма падений напряжений на элементах контура равна алгебраической сумме действующих в этом контуре ЭДС. Сумма падений напряжений особая, так как суммируются падение напряжения от протекания контурного тока по собственным сопротивлениям контура и добавки от протекания соседних токов по общим сопротивлениям. Эти добавки берутся со знаком « – », потому что в общих сопротивлениях контуров контурные токи текут во встречных направлениях.

Число уравнений равно числу независимых контуров в схеме.

Каждое уравнение содержит падение напряжения от протекания контурного тока по собственному сопротивлению контура, добавки от соседних контурных токов и свободные члены – алгебраическую сумму ЭДС в контуре.

В каноническом виде система уравнений по методу контурных токов для схемы, содержащей три контура выглядит так:

$$\begin{aligned} I_{11}R_{11} - I_{22}R_{12} - I_{33}R_{13} &= E_{11}; \\ -I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} - I_{33}R_{23} &= E_{22}; \\ -I_{11}R_{31} - I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} &= E_{33}. \end{aligned}$$

Здесь I_{11} ; I_{22} ; I_{33} – контурные токи, направляются по часовой стрелке.

R_{11} ; R_{22} ; R_{33} – собственные сопротивления контуров – суммы всех сопротивлений, входящих в контур, образуют главную диагональ.

$R_{12} = R_{21}$; $R_{13} = R_{31}$; $R_{23} = R_{32}$ – общие сопротивления контуров; так как контурные токи в них текут встречно, они берутся со знаком « – ». Расположены симметрично относительно главной диагонали.

E_{11} ; E_{22} ; E_{33} – свободные члены – контурные ЭДС (алгебраическая сумма ЭДС действующих в контуре с учётом направления).

Матрица коэффициентов симметрична относительно главной диагонали, коэффициенты которой положительны. Остальные коэффициенты (добавок) отрицательны.

Система решается матричным методом с помощью определителей.

Рекомендуется для решения системы уравнений набрать в поисковике телефона «Решить СЛАУ», выбрать «Онлайн калькулятор. Решение системы линейных уравнений...», заполнить матрицу коэффициентов и свободных членов, нажать «решить систему уравнений», долистать до ответов в виде дробей, перевести их в десятичные числа и таким образом найти контурные токи.

После определения контурных токов находят реальные токи в ветвях. В тех ветвях, где протекает один контурный ток, он равен контурному. В тех ветвях, где протекает два контурных тока, реальный ток равен их разности.

Решение следует проверить, составив баланс мощностей – сумма мощностей источников равна сумме мощностей потребителей.

$$\sum \pm E I = \sum I^2 R.$$

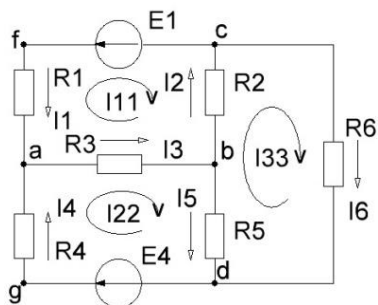
Почему при мощностях источников стоит знак \pm ? Потому что если ток источника направлен навстречу ЭДС, то источник не вырабатывает, а потребляет энергию, например при зарядке аккумулятора.

Пример задачи 2 КП. Расчёт сложной цепи постоянного тока.

Дано: $E_1=12$ В; $E_4=9$ В; $R_1=2$ Ом; $R_2=4$ Ом; $R_3=5$ Ом; $R_4=1$ Ом; $R_5=3$ Ом; $R_6=6$ Ом.

1

2 Обозначить контурные токи и составить систему уравнений по методу контурных токов. Решить систему. Определить реальные токи.



3 Проверить баланс мощностей.

2 Обозначим контурные токи и составим систему уравнений по методу контурных токов. Подставим числа.

$$(R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_3 I_{22} - R_2 I_{33} = -E_1 \quad 11 \cdot I_{11} - 5 \cdot I_{22} - 4 \cdot I_{33} = -12$$

$$-R_3 I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{22} - R_5 I_{33} = E_4 \quad -5 \cdot I_{11} + 9 \cdot I_{22} - 3 \cdot I_{33} = 9$$

$$-R_2 I_{11} - R_5 I_{22} + (R_2 + R_5 + R_6)I_{33} = 0. \quad -4 \cdot I_{11} - 3 \cdot I_{22} + 13 \cdot I_{33} = 0.$$

Получаем матрицу

$$\begin{array}{cccc} 11 & -5 & -4 & -12 \\ -5 & 9 & -3 & 9 \\ -4 & -3 & 13 & 0 \end{array}$$

Коэффициенты главной диагонали положительные, остальные отрицательные и симметричны относительно главной диагонали. Свободные члены соответствуют действующим ЭДС.

Набираем в поисковике интернета «Решить СЛАУ». Вводим числа матрицы. Нажимаем «решить», пролистываем, получаем ответы в виде дробей, которые переводим в десятичные:

$$X_1 = -603/599; \quad I_{11} = -1,007 \text{ A},$$

$$X_2 = 219/599; \quad I_{22} = 0,366 \text{ A},$$

$$X_3 = -135/599; \quad I_{33} = -0,225 \text{ A}.$$

Рассчитываем реальные токи: $I_1 = -I_{11} = \mathbf{1,007 \text{ A}}$.

$$I_2 = -I_{11} + I_{33} = 1,007 - 0,225 = \mathbf{0,782 \text{ A}}. \quad I_3 = -I_{11} + I_{22} = 1,007 + 0,366 = \mathbf{1,373 \text{ A}}.$$

$$I_4 = I_{22} = \mathbf{0,366 \text{ A}}. \quad I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,366 + 0,225 = \mathbf{0,591 \text{ A}}. \quad I_6 = I_{33} = \mathbf{-0,225 \text{ A}}$$
 (на самом деле ток идёт вверх).

3 Проверяем баланс мощностей $E_1 I_1 + E_4 I_4 = 12 \cdot 1,007 + 9 \cdot 0,366 = 12,08 + 3,29 = 15,37 \text{ Вт}$.

$$R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = 2 \cdot 1,007^2 + 4 \cdot 0,782^2 + 5 \cdot 1,373^2 + 1 \cdot 0,366^2 + 3 \cdot 0,591^2 + 6 \cdot (-0,225)^2 = 2,03 + 2,45 + 9,43 + 0,134 + 1,048 + 0,304 = 15,4 \text{ Вт}.$$

Разница составляет 0,2 %, что допустимо. Расчёт выполнен верно.

Выполнить пункты 2 и 3 задачи 2 КП по варианту.